

Αυτόματα και Τυπικές Γραμματικές
2η σειρά ασκήσεων
Στάθης Ζάχος

1. Δώστε διάγραμμα καταστάσεων για DFA που αποδέχεται την γλώσσα

$$L = \left\{ w \in \{a, b\}^* \mid \text{κάθε } a \left\{ \begin{array}{l} \text{ακολουθείται αμέσως από ένα } b \\ \text{και έπεται αμέσως ενός } b \end{array} \right. \right\}$$

Για παράδειγμα, $bababb \in L$, $bbb \in L$, αλλά $ab \notin L$.

Το DFA σας δεν θα πρέπει να έχει πάνω από τέσσερις καταστάσεις.

2. Αποδείξτε ή ανταποδείξτε (δίνοντας αντιπαράδειγμα) ότι για δύο γλώσσες $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ ισχύει $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cup L_2^*$

3. (α) Έστω η γλώσσα L όλων των συμβολοσειρών από a και b που δεν τελειώνουν σε b και δεν περιέχουν ως υποσυμβολοσειρά το bb . Βρείτε πεπερασμένη γλώσσα S τέτοια ώστε $L = S^*$.

(β) Δείξτε ότι δεν υπάρχει γλώσσα S τέτοια ώστε η γλώσσα όλων των συμβολοσειρών από a και b που δεν περιέχουν ως υποσυμβολοσειρά το bb να είναι ίση με S^* .

4. Κατασκευάστε κανονικές εκφράσεις για κάθε μία από τις γλώσσες:

(α) Σύνολο συμβολοσειρών του $\{a, b\}^*$ των οποίων το πλήθος των a δεν είναι πολλαπλάσιο του 3.

(β) Σύνολο συμβολοσειρών του $\{a, b\}^*$ που έχουν άρτιο πλήθος a και τελειώνουν σε b .

(γ) Σύνολο συμβολοσειρών του $\{a, b\}^*$ που δεν έχουν δύο συνεχόμενα a .

5. Δύο κανονικές εκφράσεις ονομάζονται ισοδύναμες όταν παράγουν την ίδια γλώσσα. Χρησιμοποιούμε το σύμβολο της ισότητας για να δείξουμε την ισοδυναμία. Έστω r και s κανονικές εκφράσεις. Θεωρήσατε την εξίσωση $X = rX + S$. Με την προϋπόθεση ότι η γλώσσα που παράγεται από την r , δηλαδή η $L(r)$, δεν περιέχει την κενή συμβολοσειρά ϵ , βρείτε την λύση για το X και αποδείξτε ότι είναι μοναδική εκτός ισοδυναμίας. Ποια είναι η λύση αν η $L(r)$ περιέχει την ϵ ; *Υπόδειξη*: Στην τελευταία περίπτωση η λύση δεν είναι μοναδική. Για παράδειγμα, αμφότερες οι $X = 10^*$ και $X = (1 + 11)0^*$, που αναπαριστούν διαφορετικές γλώσσες, είναι λύσεις της $X = 1 + X0^*$.