Αυτόματα και Τυπικές Γραμματικές
6η σειρά ασκήσεων
Στάθης Ζάχος

1. Έστω (δεξιογραμμική) γραμματική G με $V = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b\}$ και P: $S \to ab|aA$, $A \to aa|B|aC$, $B \to bB|\varepsilon|b$, $C \to bA$. Κατασκευάστε FA που να αποδέχεται την $L(G)$ και κανονική έκφραση που να παριστάνει την $L(G)$.

2. Έστω G: $S \to aS|aSbS|\varepsilon$. Αποδείξτε: $L(G) = \{x \mid$ κάθε πρόθεμα του x έχει τουλάχιστον τόσα a όσα $b\}$.

3. (**) Βρείτε γραμματική σε κανονική μορφή Greibach ισοδύναμη με την: $S \to ASB|BBSA|B$, $A \to AAB|a$, $B \to abS|Bb|b$.

4. Δείξτε ότι αν όλοι οι κανόνες παραγωγής μίας c.f. γραμματικής G είναι της μορφής $A \to w$ ή $A \to wB$, τότε το $L(G)$ είναι κανονικό σύνολο.

5. Κατασκευάστε PDA που αποδέχεται την γλώσσα που παραγάγει η γραμματική: $S \to AS|b$, $A \to SA|a$.

6. Δώστε γραμματική για την $L_e(M)$ όπου το δ του M:

$$\begin{aligned} \delta(q_0, 1, Z_0) &= \{(q_0, XZ_0)\} & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, 1, X) &= \{(q_0, XX)\} & \delta(q_1, 1, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, 0, X) &= \{(q_1, X)\} & \delta(q_1, 0, Z_0) &= \{(q_0, Z_0)\} \end{aligned}$$

7. Έστω c.f. γραμματική G. Μία μεταβλητή $A \in V$ ονομάζεται *self-embedding* αν $\exists \alpha, \beta \in (T \cup V)^*$ με $\alpha\beta \neq \varepsilon$, έτσι ώστε $A \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha A \beta$. Δείξτε ότι αν η $L(G)$ είναι άπειρη τότε τουλάχιστον μία μεταβλητή είναι self-embedding.

8. Κατασκευάστε c.s. γραμματικές για τις γλώσσες:
α) $\{0^n 1^n 0^n \mid n \in \mathbb{N}\}$, β) $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

9. (α) Βρες ένα *ταίριασμα* για το εξής σύστημα αντιστοίχησης Post (PCP):

$$\{(aa, ab), (a, bb), (bba, a), (a, ab), (b, a)\}$$

(β) Δείξε ότι δεν υπάρχει ταίριασμα για το εξής PCP:

$$\{(ab, b), (aba, ba), (ab, ba), (a, abb)\}$$