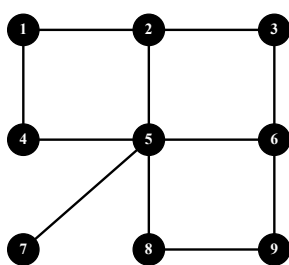




Άσκηση 1: Αναζήτηση κατά Πλάτος

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο Αναζήτησης κατά Πλάτος (BFS) και να ελέγξετε σε γραμμικό χρόνο αν ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα είναι διμερές.

Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει το γράφημα εισόδου από ένα αρχείο. Στην πρώτη γραμμή του αρχείου θα βρίσκεται ο αριθμός των κορυφών του γραφήματος. Οι επόμενες γραμμές θα περιέχουν τον πίνακα γειτνίασης του γραφήματος. Για παράδειγμα, το αρχείο για το γράφημα του Σχήματος 1 είναι:



9								
0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	1	0

Σχήμα 1. Παράδειγμα μη κατευθυνόμενου γραφήματος.

Αν το γράφημα εισόδου είναι διμερές, το πρόγραμμά σας θα τυπώνει τη συμβολοσειρά *Bipartite*. σε μία γραμμή, και σε δύο νέες γραμμές μια διαμέριση των κορυφών σε δύο σύνολα ανεξαρτησίας. Ειδικότερα, για κάθε σύνολο ανεξαρτησίας, το πρόγραμμα θα τυπώνει στην ίδια γραμμή τον αριθμό των κορυφών του, άνω-κάτω τελεία (δηλ. ":"), και τις κορυφές του συνόλου σε αύξουσα σειρά χωρισμένες με κενό (οι κορυφές αριθμούνται με βάση τις γραμμές / στήλες του πίνακα γειτνίασης, π.χ. η κορυφή 1 είναι η κορυφή που αντιστοιχεί στην πρώτη γραμμή / στήλη του πίνακα). Δηλαδή, για το γράφημα του Σχήματος 1, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

```
Bipartite.  
4: 1 3 5 9  
5: 2 4 6 7 8
```

Αν το γράφημα εισόδου δεν είναι διμερές, το πρόγραμμά σας θα τυπώνει τη συμβολοσειρά *Non-bipartite*. σε μία γραμμή, και σε δύο νέες γραμμές δυο μονοπάτια με περιττό συνολικό μήκος μεταξύ ενός ζεύγους κορυφών (αυτά συνθέτουν έναν κύκλο περιττού μήκους). Ειδικότερα, για κάθε ένα από τα μονοπάτια, το πρόγραμμα θα τυπώνει στην ίδια γραμμή τον αριθμό των κορυφών του, άνω-κάτω τελεία, και τις κορυφές με τη σειρά που εμφανίζονται στο μονοπάτι. Δηλαδή, αν στο γράφημα του Σχήματος 1 προσθέσουμε την ακμή {4, 7}, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

```
Non-bipartite.  
3: 5 2 1  
4: 5 7 4 1
```

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα b9a.txt, b9b.txt, b9c.txt, b800.txt, b1000.txt, b9000a.txt, b9000b.txt.

Άσκηση 2: Αναζήτηση κατά Βάθος

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο Αναζήτησης κατά Βάθος (DFS) και να υπολογίσετε σε γραμμικό χρόνο όλες τις γέφυρες σε ένα απλό μη κατευθυνόμενο γράφημα. Υπενθυμίζεται ότι μια ακμή ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος αποτελεί γέφυρα αν η αφαίρεσή της αυξάνει το πλήθος των συνεκτικών συνιστωσών (ή ισοδύναμα, αν και μόνο αν αυτή δεν ανήκει σε κύκλο).

Για την είσοδο του προγράμματος και την αρίθμηση των κορυφών ισχύει ότι και στην εκφώνηση της Άσκησης 1. Για την έξοδο, το πρόγραμμά σας θα τυπώνει το πλήθος των γεφυρών που βρήκε στην πρώτη γραμμή, και τις ακμές-γέφυρες στη δεύτερη γραμμή. Οι ακμές θα χωρίζονται με κενό και θα τυπώνονται στη μορφή $(v_1 v_2)$, όπου v_1, v_2 τα άκρα τους χωριζόμενα με κενό και $v_1 < v_2$, δηλ. η μικρότερη κορυφή αναφέρεται πρώτη. Για παράδειγμα, αν από το γράφημα του Σχήματος 1 αφαιρέσουμε την ακμή $\{2, 3\}$, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

```
2
( 3 6) ( 5 7)
```

Αν το γράφημα εισόδου δεν έχει γέφυρες, το πρόγραμμά σας θα τυπώνει μόνο το πλήθος των γεφυρών, δηλ. 0. Για παράδειγμα, αν στο γράφημα του Σχήματος 1 προσθέσουμε την ακμή $\{4, 7\}$, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

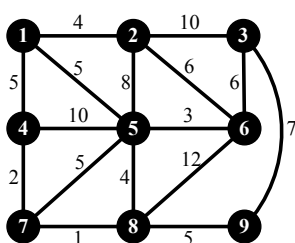
```
0
```

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα b20.txt, c22.txt, t22.txt, b50.txt, b600.txt και τα γραφήματα της Άσκησης 1,

Άσκηση 3: Αλγόριθμος Kruskal

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο του Kruskal για τον υπολογισμό ενός Ελάχιστου Συνδεδειγμένου Δέντρου. Η υλοποίησή σας πρέπει να εξασφαλίζει ότι ο χρόνος εκτέλεσης στη χειρότερη περίπτωση θα είναι $O(m \log m)$, όπου m το πλήθος των ακμών του γραφήματος εισόδου.

Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει το γράφημα εισόδου από ένα αρχείο. Στην πρώτη γραμμή του αρχείου θα βρίσκεται ο αριθμός των κορυφών του γραφήματος. Οι επόμενες γραμμές θα περιέχουν τον πίνακα γειτνίασης του γραφήματος, όπου θα αναφέρονται τα βάρη των ακμών, και όπου το 0 δηλώνει την απουσία της αντίστοιχης ακμής. Το γράφημα εισόδου θα είναι πάντα συνεκτικό. Για παράδειγμα, το αρχείο για το γράφημα του Σχήματος 2 είναι:



9								
0	4	0	5	5	0	0	0	0
4	0	10	0	8	6	0	0	0
0	10	0	0	0	6	0	0	7
5	0	0	0	10	0	2	0	0
5	8	0	10	0	3	5	4	0
0	6	6	0	3	0	0	12	0
0	0	0	2	5	0	0	1	0
0	0	0	0	4	12	1	0	5
0	0	7	0	0	0	0	5	0

Σχήμα 2. Παράδειγμα γραφήματος με βάρη στις ακμές.

Το πρόγραμμά σας θα εκτυπώνει το συνολικό βάρος του Ελάχιστου Συνδετικού Δέντρου στην πρώτη γραμμή, και τις ακμές του Ελάχιστου Συνδετικού Δέντρου με την σειρά που επιλέχθηκαν από τον αλγόριθμο του Kruskal στη δεύτερη γραμμή. Οι ακμές θα χωρίζονται με κενό και θα τυπώνονται στη μορφή $(v_1 v_2)$, όπου v_1, v_2 τα άκρα τους χωριζόμενα με κενό και $v_1 < v_2$, δηλ. η μικρότερη κορυφή αναφέρεται πρώτη. Οι κορυφές αριθμούνται με βάση τις γραμμές / στήλες του πίνακα γειτνίασης, π.χ. η κορυφή 1 είναι η κορυφή που αντιστοιχεί στην πρώτη γραμμή / στήλη του πίνακα. Για παράδειγμα, για το γράφημα του Σχήματος 2, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

```
30
( 7 8) ( 4 7) ( 5 6) ( 1 2) ( 5 8) ( 1 4) ( 8 9) ( 3 6)
```

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα `mst9.txt`, `mst50.txt`, `mst200.txt`, `mst500.txt`.