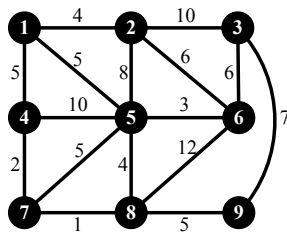




Άσκηση 1: Αλγόριθμος Prim

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο του Prim για τον υπολογισμό ενός Ελάχιστου Συνδετικού Δέντρου. Η υλοποίησή σας πρέπει να εξασφαλίζει ότι ο χρόνος εκτέλεσης στη χειρότερη περίπτωση θα είναι $O(m \log n)$, όπου n το πλήθος των κορυφών και m το πλήθος των ακμών του γραφήματος εισόδου.

Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει το γράφημα εισόδου από ένα αρχείο. Στην πρώτη γραμμή του αρχείου θα βρίσκεται ο αριθμός των κορυφών του γραφήματος. Οι επόμενες γραμμές θα περιέχουν τον πίνακα γειτνίασης του γραφήματος, όπου θα αναφέρονται τα βάρη των ακμών, και όπου το 0 δηλώνει την απουσία της αντίστοιχης ακμής. Το γράφημα εισόδου θα είναι πάντα συνεκτικό. Για παράδειγμα, το αρχείο για το γράφημα του Σχήματος 1 είναι:



9								
0	4	0	5	5	0	0	0	0
4	0	10	0	8	6	0	0	0
0	10	0	0	0	6	0	0	7
5	0	0	0	10	0	2	0	0
5	8	0	10	0	3	5	4	0
0	6	6	0	3	0	0	12	0
0	0	0	2	5	0	0	1	0
0	0	0	0	4	12	1	0	5
0	0	7	0	0	0	0	5	0

Σχήμα 1. Παράδειγμα γραφήματος με βάρη στις ακμές.

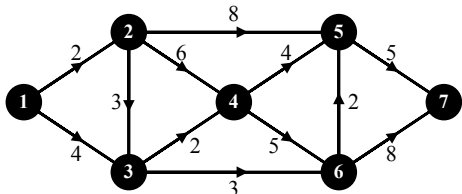
Το πρόγραμμά σας θα εκτυπώνει το συνολικό βάρος του Ελάχιστου Συνδετικού Δέντρου στην πρώτη γραμμή. Στη δεύτερη γραμμή, το πρόγραμμα θα εκτυπώνει τις ακμές του Ελάχιστου Συνδετικού Δέντρου με την σειρά που επιλέχθηκαν από τον αλγόριθμο του Prim όταν αυτός ξεκινά από την κορυφή 1 (οι κορυφές αριθμούνται με βάση τις γραμμές / στήλες του πίνακα γειτνίασης, π.χ. η κορυφή 1 είναι η κορυφή που αντιστοιχεί στην πρώτη γραμμή / στήλη του πίνακα). Οι ακμές θα χωρίζονται με κενό και θα τυπώνονται στη μορφή $(v_1 v_2)$, όπου v_1, v_2 τα άκρα τους χωριζόμενα με κενό, v_1 η κορυφή που βρίσκεται ήδη στο δέντρο, και v_2 η κορυφή που προστίθεται στο δέντρο με την ακμή $(v_1 v_2)$. Για παράδειγμα, για το γράφημα του Σχήματος 1, το πρόγραμμά πρέπει να εκτυπώνει:

30
 (1 2) (1 4) (4 7) (7 8) (8 5) (5 6) (8 9) (6 3)

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα mst9.txt, mst50.txt, mst200.txt, mst500.txt.

Άσκηση 2: Αλγόριθμος Dijkstra

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο του Dijkstra για τον υπολογισμό των Συντομότερων Μονοπατιών από μια αρχική κορυφή. Η υλοποίησή σας πρέπει να εξασφαλίζει ότι ο χρόνος εκτέλεσης στη χειρότερη περίπτωση θα είναι $O(m \log n)$, όπου n το πλήθος των κορυφών και m το πλήθος των ακμών του γραφήματος εισόδου.



Σχήμα 2. Παράδειγμα κατευθυνόμενου γραφήματος με μήκη στις ακμές.

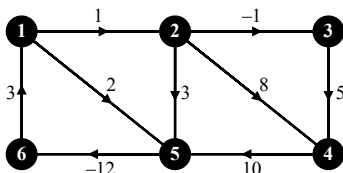
στοιχεία του πίνακα προγόνων που αντιστοιχεί στο Δέντρο Συντομότερων Μονοπατιών (χωρισμένα με κενό). Οι αποστάσεις και τα στοιχεία του πίνακα προγόνων θα τυπώνονται με τη σειρά που προκύπτει από την αρίθμηση των κορυφών. Αν μια κορυφή δεν είναι προσπελάσιμη από την 1, θα τυπώνεται INF στη θέση της απόστασής της, και για τη ρίζα ή μια κορυφή που δεν συμμετέχει στον Δέντρο Συντομότερων Μονοπατιών, θα τυπώνεται NULL στην αντίστοιχη θέση του πίνακα προγόνων. Έτσι για το γράφημα του Σχήματος 2, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει:

```
0 2 4 6 9 7 14
NULL 1 1 3 6 3 5
```

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα dij7.txt, dij10.txt, dij20.txt, dij100.txt, dij500.txt.

Άσκηση 3: Αλγόριθμος Bellman-Ford

Να υλοποιήσετε τον αλγόριθμο των Bellman-Ford για τον υπολογισμό των Συντομότερων Μονοπατιών από μια αρχική κορυφή. Η υλοποίησή σας πρέπει να εξασφαλίζει ότι ο χρόνος εκτέλεσης στη χειρότερη περίπτωση θα είναι $O(nm)$, όπου n το πλήθος των κορυφών και m το πλήθος των ακμών του γραφήματος εισόδου.



Σχήμα 3. Παράδειγμα κατευθυνόμενου γραφήματος με κύκλο αρνητικού μήκους.

Για την είσοδο του προγράμματος και την αρίθμηση των κορυφών ισχύει ότι και στην εκφώνηση της Άσκησης 2, με μόνη διαφορά ότι τα μήκη των ακμών μπορεί να είναι αρνητικά. Όπως και στις προηγούμενες ασκήσεις, τα μήκη των ακμών είναι μη μηδενικά και το 0 δηλώνει απουσία της αντίστοιχης ακμής. Το πρόγραμμα σας θα θεωρεί την κορυφή 1 ως αρχική και θα υπολογίζει τα συντομότερα μονοπάτια από την 1 προς όλες τις κορυφές του γραφήματος.

Αν το γράφημα εισόδου δεν έχει κύκλο αρνητικού μήκους προσπελάσιμο από την κορυφή 1, το πρόγραμμα σας θα τυπώνει στην πρώτη γραμμή τη συμβολοσειρά `No negative cycles.`, στην δεύτερη γραμμή τις

αποστάσεις των κορυφών από την κορυφή 1, και στην τρίτη γραμμή τα στοιχεία του πίνακα προγόνων που αντιστοιχεί στο Δέντρο Συντομότερων Μονοπατιών, όπως ακριβώς στην Άσκηση 2. Έτσι για το γράφημα του Σχήματος 2, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει:

```
No negative cycles.  
0 2 4 6 9 7 14  
NIL 1 1 3 6 3 5
```

Αν το γράφημα εισόδου έχει κύκλο αρνητικού μήκους προσπελάσιμο από την κορυφή 1, το πρόγραμμα σας θα τυπώνει στην πρώτη γραμμή τη συμβολοσειρά `Negative cycle.`, και στην δεύτερη γραμμή τον αριθμό των ακμών του κύκλου αρνητικού μήκους, άνω-κάτω τελεία, και τις κορυφές του κύκλου αρνητικού μήκους χωρισμένες με κενό. Η πρώτη και η τελευταία κορυφή του κύκλου πρέπει να ταυτίζονται. Έτσι για το γράφημα του Σχήματος 3, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει:

```
Negative cycle.  
3: 1 5 6 1
```

Για πειραματισμό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γραφήματα `bf6.txt`, `bf20.txt`, `bf500.txt` και τα γραφήματα της Άσκησης 2.