



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

**Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα**

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

**2η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/ρία Παράδοσης 13/12/2010**

### Άσκηση 1: Λούνα Παρκ

Ένα θεματικό πάρκο πρόκειται να εγκαταστήσει νέες ψυχαγωγικές δραστηριότητες. Οι μηχανικοί εντόπισαν ένα σύνολο πιθανών θέσεων που εκτείνονται σε μια νοητή ευθεία γραμμή. Κάθε θέση είναι κατάλληλη για μια συγκεκριμένη δραστηριότητα, η εγκατάσταση της οποίας αποφέρει συγκεκριμένο κέρδος. Για κάθε δραστηριότητα που θα εγκατασταθεί, πρέπει να προβλεφθούν χώροι για την είσοδο και την αποχώρηση του κοινού. Για καλύτερη εκμετάλλευση του χώρου, οι χώροι εισόδου και αποχώρησης γειτονικών δραστηριοτήτων μπορούν να επικαλυφθούν, ενώ έχουν εξασφαλιστεί οι χώροι εισόδου και αποχώρησης της πρώτης και της τελευταίας δραστηριότητας αντίστοιχα. Παρόλα αυτά, η εγκατάσταση μιας δραστηριότητας μπορεί να αποκλείει την εγκατάσταση άλλων δραστηριοτήτων σε γειτονικές θέσεις πριν και μετά από αυτή.

Οι μηχανικοί του πάρκου χρειάζονται την βοήθειά μας για την επιλογή των δραστηριοτήτων που θα εγκατασταθούν, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του πάρκου. Να γράψετε ένα πρόγραμμα που λύνει το πρόβλημα των μηχανικών του πάρκου.

**Παράδειγμα:** Θεωρούμε ένα μικρό πάρκο με 4 υποψήφιες θέσεις. Στην πρώτη θέση μπορεί να εγκατασταθεί ένα τρενάκι με ημερήσιο κέρδος 225 ευρώ. Το τρενάκι χρειάζεται 3 θέσεις κενές στα δεξιά, ως χώρο εξόδου. Στην δεύτερη θέση μπορεί να εγκατασταθούν τα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια με ημερήσιο κέρδος 150 ευρώ. Τα συγκρουόμενα χρειάζονται μια θέση κενή στα αριστερά και μία θέση κενή στα δεξιά. Στην τρίτη θέση μπορεί να εγκατασταθεί το “χταπόδι” με ημερήσιο κέρδος 210 ευρώ. Το “χταπόδι” χρειάζεται μια θέση κενή στα αριστερά και μια κενή θέση στα δεξιά. Στην τέταρτη θέση μπορεί να εγκατασταθεί το τραμπολίνο με ημερήσιο κέρδος 90 ευρώ. Το τραμπολίνο χρειάζεται μια κενή θέση στα αριστερά. Η βέλτιστη λύση είναι να εγκατασταθούν τα συγκρουόμενα στη δεύτερη θέση και το τραμπολίνο στην τελευταία, και αποφέρει ημερήσιο κέρδος 240 ευρώ.

**Λεδομένα Εισόδου:** Το πρόγραμμα πρέπει να διαβάζει από το standard input έναν θετικό ακέραιο  $N$  που αντιστοιχεί στον αριθμό των δραστηριοτήτων του πάρκου. Από τις επόμενες  $N$  γραμμές, το πρόγραμμα θα διαβάζει 3 ακέραιους που αντιστοιχούν (με τη σειρά που δίνονται) στο κέρδος  $C_i$  που αποφέρει η εγκατάσταση της δραστηριότητας  $i$ , και στο πλήθος των κενών θέσεων στα αριστερά  $L_i$  και στα δεξιά  $R_i$  που απαιτούνται για την εγκατάσταση της δραστηριότητας  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Οι δραστηριότητες αριθμούνται με βάση την θέση τους στην ευθεία, από αριστερά προς τα δεξιά.

**Λεδομένα Εξόδου:** Ένας ακέραιος που αντιστοιχεί στο μέγιστο κέρδος της επιχείρησης.

**Περιορισμοί:**  $1 \leq N \leq 100000$ ,  $0 \leq C_i \leq 2000$ ,  $0 \leq L_i, R_i \leq 100$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1sec. Όριο μνήμης: 64 MB.

Θα υπάρχει ακόμη, ως bonus, ένα παράδειγμα αξιολόγησης όπου  $0 \leq L_i, R_i \leq 100000$ .

**Παραδείγματα Εισόδου:**

5  
80 0 1  
60 1 1  
90 1 2  
100 2 1  
70 1 0

**Παραδείγματα Εξόδου:**

180  
  
  
  
  
  
  
6  
1900

1200 0 4  
750 1 2  
800 2 1  
1300 3 2  
1150 2 1  
500 3 0

**Άσκηση 2: Χαλασμένο Τρένο**

Η μηχανή ενός τρένου που μεταφέρει εμπορεύματα παθαίνει μία βλάβη κατά τη διάρκεια ενός δρομολογίου. Έτσι το τρένο αναγκάζεται να ακινητοποιηθεί σε μία παρακαμπτήρια γραμμή. Ο ιδιοκτήτης του τρένου θέλει να μεταφέρει όλα τα βαγόνια στον σταθμό προορισμού του δρομολογίου. Δυστυχώς όμως δεν έχει άλλη μηχανή διαθέσιμη, οπότε αναγκάζεται να κλείσει μία συμφωνία με τους άλλους δύο ιδιοκτήτες τρένων που πραγματοποιούν δρομολόγια σε αυτή τη διαδρομή. Συγκεκριμένα, για κάθε βαγόνι που θα μεταφέρουν για αυτόν στον σταθμό προορισμού, θα τους δώσει ένα καθορισμένο ποσοστό από την αξία του εμπορεύματος που περιέχεται στο βαγόνι. Οι άλλοι δύο ιδιοκτήτες εκτελούν εναλλάξ προγραμματισμένα δρομολόγια σε αυτή τη διαδρομή. Σε κάθε τρένο τους προστίθεται ένα βαγόνι από το χαλασμένο τρένο, το οποίο μπορεί να είναι είτε το πρώτο είτε το τελευταίο όσων έχουν απομείνει στην παρακαμπτήρια γραμμή, και η προσθήκη του επιπλέον βαγονιού δεν μεταβάλλει το κόστος μεταφοράς.

Να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει το μέγιστο κέρδος των δύο ιδιοκτητών που θα κάνουν τη μεταφορά αν και οι δύο ακολουθήσουν τη βέλτιστη για αυτούς στρατηγική. Μία στρατηγική είναι βέλτιστη αν δίνει το μέγιστο κέρδος, όταν ο ανταγωνιστής κάνει τις καλύτερες δυνατές επιλογές.

**Παράδειγμα:** Θεωρούμε ότι το χαλασμένο τρένο έχει 5 βαγόνια που αποφέρουν κέρδος 10, 11, 5, 1, 5 (από το πρώτο προς το τελευταίο), και ονομάζουμε  $A$  τον ιδιοκτήτη τρένων που εκτελεί πρώτος δρομολόγιο και  $B$  αυτόν που εκτελεί δεύτερος.

- Αν ο  $A$  επιλέξει το πρώτο βαγόνι, με κέρδος 10, το καλύτερο για τον  $B$  είναι να επιλέξει το δεύτερο βαγόνι, με κέρδος 11, ώστε να μην το πάρει ο  $A$  στο επόμενο δρομολόγιο. Στη συνέχεια ο  $A$  επιλέγει αναγκαστικά ένα από τα δύο βαγόνια με κέρδος 5, και η καλύτερη επιλογή του  $B$  είναι το άλλο βαγόνι με κέρδος 5. Έτσι απομένει το βαγόνι με κέρδος 1 για τον  $A$ . Το συνολικό κέρδος είναι 16 για τον καθένα (δείτε όμως ότι η αρχική επιλογή του βαγονιού με κέρδος 10 από τον  $A$  δεν οδηγεί σε βέλτιστο κέρδος για αυτόν).
- Αν η αρχική επιλογή του  $A$  ήταν το τελευταίο βαγόνι με κέρδος 5, τότε:

- Αν ο  $B$  επιλέξει το τέταρτο βαγόνι με κέρδος 1, ο  $A$  θα πάρει ακόμη τα βαγόνια με κέρδος 10 και 5, και ο  $B$  το βαγόνι με κέρδος 11. Το συνολικό κέρδος είναι 20 για τον  $A$  και 12 για τον  $B$  (δείτε όμως ότι η επιλογή του βαγονιού με κέρδος 1 από τον  $B$  δεν οδηγεί σε βέλτιστο κέρδος για αυτόν).
- Αν ο  $B$  επιλέξει το πρώτο βαγόνι με κέρδος 10, ο  $A$  θα πάρει ακόμη τα βαγόνια με κέρδος 11 και 1, και ο  $B$  το βαγόνι με κέρδος 5. Το συνολικό κέρδος είναι 17 για τον  $A$  και 15 για τον  $B$ . Άρα δεδομένου ότι ο  $A$  αρχικά επιλέγει το τελευταίο βαγόνι με κέρδος 5, το καλύτερο που μπορεί να κάνει ο  $B$  είναι να επιλέξει το πρώτο βαγόνι με κέρδος 10.

Επομένως, αν οι  $A, B$  ακολουθούν βέλτιστη στρατηγική, ο  $A$  θα ξεκινήσει με το τελευταίο βαγόνι (κέρδος 5). Αυτό οδηγεί τον  $B$  στην επιλογή του πρώτου βαγονιού (κέρδος 10). Έπειτα ο  $A$  επιλέγει το δεύτερο βαγόνι (κέρδος 11). Αυτό οδηγεί τον  $B$  στην επιλογή του τρίτου βαγονιού (κέρδος 5), αφήνοντας το τέταρτο βαγόνι (κέρδος 1) για τον  $A$ . Το συνολικό κέρδος είναι 17 για τον  $A$  και 15 για τον  $B$ .

**Δεδομένα Εισόδου:** Το πρόγραμμα πρέπει να διαβάζει από το standard input έναν θετικό ακέραιο αριθμό, το πλήθος  $N$  των βαγονιών του χαλασμένου τρένου. Στην επόμενη γραμμή θα διαβάζει  $N$  θετικούς ακέραιους  $A_i$  διαχωρισμένους με κενό. Ο αριθμός  $A_i$  είναι το κέρδος που θα έχει ένας ιδιοκτήτης τρένων αν μεταφέρει το  $i$ -οστό βαγόνι του χαλασμένου τρένου.

**Δεδομένα Εξόδου:** Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) το μέγιστο δυνατό κέρδος του ιδιοκτήτη που εκτελεί πρώτος δρομολόγιο, και στη συνέχεια το μέγιστο δυνατό κέρδος του ιδιοκτήτη που εκτελεί δεύτερος δρομολόγιο, δεδομένου ότι και οι δύο ακολουθούν βέλτιστη στρατηγική. Οι δύο αριθμοί πρέπει να διαχωρίζονται με ένα κενό.

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 2000$	5	13 11
$1 \leq A_i \leq 1000000$	3 1 7 9 4	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	6	7 5
Όριο μνήμης: 64 MB.	1 2 3 1 2 3	
	7	13 15
	1 1 5 1 5 10 5	
	9	9 21
	1 1 5 5 5 1 10 1 1	
	10	36 27
	1 1 5 5 10 10 5 1 10 15	