



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

3η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/ρία Παράδοσης 30/12/2010

Άσκηση 1: Ισότητα στην Ιεραρχία

Μια πρόσφατη έρευνα του περιοδικού *Επιστήμη για Πλάκα* υποστηρίζει ότι η απόδοση των εργαζόμενων σε μία επιχείρηση βελτιώνεται όταν αισθάνονται ότι δεν υπάρχουν διακρίσεις αναφορικά με το φύλο μέσα στην επιχείρηση. Η έρευνα μάλιστα επισημαίνει ότι αυτή η αίσθηση δεν καθορίζεται από το πλήθος των γυναικών και των ανδρών, αλλά από την διαφορά στο πλήθος των σχέσεων (προϊστάμενος, υφιστάμενος) όπου ο προϊστάμενος είναι γυναίκα και ο υφιστάμενος άνδρας, και στο αντίστοιχο πλήθος όπου ο προϊστάμενος είναι άνδρας και ο υφιστάμενος γυναίκα.

Πιο συγκεκριμένα, κάθε εργαζόμενος στην επιχείρηση, εκτός του διευθυντή, έχει (ακριβώς) έναν άμεσο προϊστάμενο, ο οποίος τον επιβλέπει. Για κάθε ακολουθία εργαζομένων, όπου ο κάθε εργαζόμενος είναι άμεσος προϊστάμενος του επόμενου του, ο εργαζόμενος που βρίσκεται στην αρχή της ακολουθίας είναι προϊστάμενος κάθε άλλου εργαζόμενου στην ακολουθία. Έτσι αν η ιεραρχία της επιχείρησης αποτυπωθεί σε ένα δέντρο με ρίζα τον διευθυντή, ένας εργαζόμενος x είναι προϊστάμενος κάθε άλλου εργαζόμενου στο υποδέντρο με ρίζα τον x .

Η έρευνα θεωρεί τα ζευγάρια εργαζομένων διαφορετικού φύλου όπου ο πρώτος είναι προϊστάμενος του δεύτερου, και ειδικότερα το πλήθος r_f αυτών των ζευγαριών όπου ο προϊστάμενος είναι γυναίκα και το πλήθος r_m αυτών των ζευγαριών όπου ο προϊστάμενος είναι άνδρας. Η έρευνα υποστηρίζει ότι οι εργαζόμενοι λειτουργούν αποδοτικότερα όταν η διαφορά $r_m - r_f$ προσεγγίζει το 0. Επηρεασμένος από την παραπάνω έρευνα, ο διευθυντής σας ζήτησε ένα πρόγραμμα για τον υπολογισμό αυτής της διαφοράς στην επιχείρησή που εργάζεστε.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να διαβάξει την είσοδο από το standard input. Στην πρώτη γραμμή της εισόδου δίνεται ένας αριθμός N που αντιστοιχεί στο πλήθος των εργαζομένων της επιχείρησης. Οι εργαζόμενοι αριθμούνται από 1 μέχρι N . Στην i -οστή από τις επόμενες N γραμμές δίνεται ο αριθμός του άμεσου προϊσταμένου του i -οστού εργαζομένου. Για τον διευθυντή, ο αριθμός άμεσου προϊσταμένου είναι 0. Στην ίδια γραμμή ακολουθεί ένα κενό και το φύλο του i -οστού εργαζομένου (m για άντρα, f για γυναίκα). Να θεωρήσετε ότι κανένας εργαζόμενος δεν είναι προϊστάμενος του εαυτού του και ότι ο διευθυντής είναι προϊστάμενος κάθε άλλου εργαζομένου (δηλ. η ιεραρχία της επιχείρησης αντιστοιχεί σε ένα δέντρο με ρίζα τον διευθυντή).

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στη διαφορά $r_m - r_f$ (η οποία μπορεί να είναι και αρνητική ή 0).

Παράδειγμα: Στο πρώτο παράδειγμα εισόδου παρακάτω, έχουμε 5 εργαζόμενους. Ο διευθυντής είναι η 4 (γυναίκα), και έχει ως άμεσους υφιστάμενους τους 1 και 3 (άνδρες). Ο 1 έχει ως άμεσο υφιστάμενο τον 5 (άνδρας), και ο 3 έχει ως άμεσο υφιστάμενο την 2 (γυναίκα). Δείτε ακόμη ότι η παραπάνω ιεραρχία αναπαρίσταται με ένα δέντρο που έχει ρίζα την 4 και δύο κλάδους (τους $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5$ και $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$). Τα ζευγάρια με εργαζόμενους αντίθετου φύλου όπου ο πρώτος είναι προϊστάμενος του δεύτερου είναι (4, 1), (4, 3), (4, 5), (3, 2). Από αυτά, στα 3 πρώτα ο προϊστάμενος είναι γυναίκα, άρα $r_f = 3$, και στο τελευταίο ο προϊστάμενος είναι άνδρας, άρα $r_m = 1$. Συνεπώς $r_m - r_f = -2$.

Περιορισμοί: $1 \leq N \leq 50000$. Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec. Όριο μνήμης: 64 MB.

Είσοδος:	Έξοδος:	Είσοδος:	Έξοδος:	Είσοδος:	Έξοδος:
5	-2	10	0	10	1
4 m		3 f		3 m	
3 f		4 f		4 m	
4 m		0 m		0 f	
0 f		3 m		3 m	
1 m		2 m		2 f	
		1 m		1 m	
		4 m		4 f	
		1 m		1 m	
		2 m		2 f	
		1 f		1 f	

Άσκηση 2: Συνάντηση Ίππων

Στο σκάκι, το μόνο πόνι που δεν κινείται ευθεία ή διαγώνια είναι ο ίππος. Ο ίππος διαγράφει ένα “Γ” κινούμενος δύο τετράγωνα σε μία ευθεία και ένα στην κάθετη της.

Θεωρούμε μία σκακιέρα $N \times M$, αποτελούμενη από N οριζόντιες γραμμές και M κάθετες. Σε κάποια από τα τετράγωνα της σκακιέρας βρίσκονται τοποθετημένοι k ίπποι. Οι αναβάτες τους θέλουν να συγκεντρωθούν στο ίδιο τετράγωνο για να κανονίσουν κάτι εξαιρετικά επείγον. Σε κάθε γύρο, ένας ίππος μπορεί είτε να κάνει μία κίνηση, όπως στο σκάκι, είτε να παραμείνει στη θέση του. Θεωρούμε ότι όλοι οι ίπποι κινούνται ανεξάρτητα, χωρίς άλλους περιορισμούς. Οπότε σε κάποιο γύρο, μπορεί να κινηθεί ένας, δύο, ή και όλοι οι ίπποι ταυτόχρονα, κατά μία κίνηση σκακιού ο καθένας. Για να βοηθήσετε τους αναβάτες, καλείστε να φτιάξετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει το ελάχιστο πλήθος γύρων για να συγκεντρωθούν όλοι οι ίπποι στο ίδιο τετράγωνο.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να διαβάζει την είσοδο από το standard input. Στην πρώτη γραμμή της εισόδου θα δίνονται τρεις αριθμοί, N , M , και k , χωρισμένοι με κενό. Οι δύο πρώτοι αριθμοί αντιπροσωπεύουν τις διαστάσεις της σκακιέρας (N είναι το πλήθος των οριζόντιων και M είναι το πλήθος των κάθετων γραμμών, μπορεί να είναι $N \neq M$), και ο τρίτος το πλήθος k των ίππων. Στην i -οστή από τις επόμενες k γραμμές της εισόδου θα δίνονται δύο θετικοί ακέραιοι x_i και y_i , $1 \leq x_i \leq N$, $1 \leq y_i \leq M$, που δηλώνουν την θέση του i -οστού ίππου στην σκακιέρα (ο i -οστός ίππος βρίσκεται στην οριζόντια γραμμή x_i και στην κάθετη γραμμή y_i).

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) το ελάχιστο πλήθος γύρων για να συγκεντρωθούν όλοι οι ίπποι στο ίδιο τετράγωνο. Αν δεν είναι εφικτό να συγκεντρωθούν όλοι οι ίπποι σε κάποιο τετράγωνο, το πρόγραμμα θα τυπώνει -1 .

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 100$	3 3 2	2
$1 \leq M \leq 100$	1 3	
$1 \leq k \leq 100$	3 1	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.		
Όριο μνήμης: 64 MB.	2 7 2	-1
	1 2	
	2 2	