



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

### Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

4η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 17/1/2011

## Άσκηση 1: Αντίσταση στη Βενετία

Η πόλη της Βενετίας αποτελείται από μικρά νησιά που ενώνονται μεταξύ τους μέσω γεφυρών. Πολλά χρόνια πριν, όταν η πόλη βρισκόταν υπό κατοχή, μια ομάδα ανταρτών προσπάθησε να δυσκολέψει τις μετακινήσεις των κατοχικών δυνάμεων ανατινάσσοντας ορισμένες από τις γέφυρες. Στόχος των ανταρτών ήταν να ανατινάξουν όσο το δυνατόν περισσότερες γέφυρες, έχοντας όμως δύο σημαντικούς περιορισμούς. Ο πρώτος περιορισμός ήταν να διατηρηθεί η συνεκτικότητα της πόλης, ώστε να μην προκληθούν προβλήματα στον άμαχο πληθυσμό. Ο δεύτερος περιορισμός ήταν ότι οι αντάρτες διέθεταν περιορισμένη ποσότητα εκρηκτικής ύλης, και έπρεπε να καταστρώσουν το πλάνο τους με βάση την ποσότητα εκρηκτικής ύλης που απαιτούσε η ανατίναξη κάθε γέφυρας.

Ένας ιστορικός, που μελετά την ιστορία της αντίστασης στην Βενετία, ζήτησε την βοήθειά σας για να διαπιστώσει αν η ομάδα ανταρτών είχε καταστρώσει ένα βέλτιστο σχέδιο. Πρέπει λοιπόν να φτιάξετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει τον μέγιστο αριθμό γεφυρών που θα μπορούσαν να ανατινάξουν οι αντάρτες.

**Δεδομένα Εισόδου:** Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input το γράφημα που αντιστοιχεί στο δίκτυο γεφυρών μια πόλης με τα χαρακτηριστικά της Βενετίας, την ποσότητα εκρηκτικής ύλης που απαιτεί η ανατίναξη κάθε γέφυρας, και την ποσότητα εκρηκτικής ύλης που διαθέτουν οι αντάρτες. Ειδικότερα, στην πρώτη γραμμή θα δίνονται τρεις θετικοί ακέραιοι που αντιστοιχούν ο πρώτος στο πλήθος  $N$  των νησιών / κορυφών του γραφήματος, ο δεύτερος στο πλήθος  $M$  των γεφυρών / ακμών του γραφήματος, και ο τρίτος στην ποσότητα  $B$  εκρηκτικής ύλης που διαθέτουν οι αντάρτες. Σε καθεμία από τις υπόλοιπες  $M$  γραμμές θα δίνονται τα χαρακτηριστικά μιας γέφυρας: πρώτα δύο θετικοί ακέραιοι που αντιστοιχούν στα δύο νησιά που συνδέονται από την γέφυρα, και έπειτα ένας θετικός ακέραιος που αντιστοιχεί στην ποσότητα εκρηκτικής ύλης που απαιτείται για την ανατίναξή της.

**Δεδομένα Εξόδου:** Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στον μέγιστο αριθμό γεφυρών που μπορούν να ανατινάξουν οι αντάρτες με την ποσότητα εκρηκτικής ύλης που διαθέτουν, δεδομένου ότι επιθυμούν να διατηρήσουν τη συνεκτικότητα της πόλης.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$3 \leq N \leq 20000$	6 10 60	4
$3 \leq M \leq 10^6$	1 2 10	
$1 \leq B \leq 10^9$	1 3 20	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	2 3 30	
Όριο μνήμης: 64 MB.	2 4 10	
	2 5 40	
	2 6 30	
	3 5 10	
	4 5 20	
	4 6 50	
	5 6 60	

## Άσκηση 2: Χριστουγεννιάτικος Φωτισμός

Πλησιάζουν Χριστούγεννα, και ο δήμαρχος της πόλης μελετά τρόπους να την φωταγωγήσει. Μέχρι πέρυσι φωταγωγούνταν όλοι οι δρόμοι. Φέτος όμως αυτό αποτελεί πολυτέλεια, τόσο λόγω των σημαντικών περικοπών στον προϋπολογισμό του δήμου, όσο και λόγω των αντιδράσεων από οικολογικές οργανώσεις για κατασπατάληση ενέργειας. Στην προσπάθεια για εξεύρεση οικονομικότερης λύσης, ο δήμαρχος σκέφτεται να φωταγωγήσει μόνο τις διασταυρώσεις της πόλης. Πιστεύει ότι αυτή η λύση είναι οικονομικότερη, και ότι έτσι ο φωτισμός θα φτάνει σε κάθε δρόμο της πόλης, και θα είναι επαρκής για τη δημιουργία εορταστικής ατμόσφαιρας.

Σας έχει ανατεθεί η τεχνοοικονομική μελέτη για το νέο σχέδιο φωτισμού. Ο Χριστουγεννιάτικος φωτισμός γίνεται ενιαία από μία γεννήτρια που είναι εγκατεστημένη στη διασταύρωση όπου βρίσκεται το δημαρχείο. Πρέπει λοιπόν όλες οι διασταυρώσεις της πόλης να συνδεθούν με την γεννήτρια μέσω ενός συνεκτικού δικτύου καλωδίων που θα εγκατασταθούν σε κάποιους από τους δρόμους της πόλης (όπου ως δρόμος νοείται το τμήμα μιας οδού μεταξύ δύο διαδοχικών διασταυρώσεων). Οι δρόμοι μπορεί να έχουν διαφορετικό μήκος. Όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος ενός δρόμου, τόσο μεγαλύτερο είναι το κόστος εγκατάστασης των καλωδίων και η απώλεια ενέργειας σε αυτά. Πρέπει λοιπόν να φτιάξετε ένα πρόγραμμα, που με βάση τα παραπάνω, θα υπολογίζει τις δύο οικονομικά πιο συμφέρουσες λύσεις για την εγκατάσταση καλωδίων ώστε να φωταγωγηθούν όλες οι διασταυρώσεις της πόλης.

**Λεδομένα Εισόδου:** Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input το γράφημα που αντιστοιχεί στο οδικό δίκτυο μιας πόλης. Κάθε διασταύρωση αντιστοιχεί σε μία κορυφή του γραφήματος και κάθε δρόμος σε μία ακμή που συνδέει δύο κορυφές. Όσον αφορά στην μορφή της εισόδου, στην πρώτη γραμμή θα δίνεται το πλήθος  $N$  των κορυφών / διασταυρώσεων και το πλήθος  $M$  των ακμών / δρόμων. Σε καθεμία από τις υπόλοιπες  $M$  γραμμές θα δίνονται τα χαρακτηριστικά μιας ακμής  $e$ : πρώτα δύο θετικοί ακέραιοι που αντιστοιχούν στα δύο άκρα της ακμής, και έπειτα ένας θετικός ακέραιος  $d(e)$  που αντιστοιχεί στο μήκος της ακμής.

**Λεδομένα Εξόδου:** Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) δύο ακέραιους χωρισμένους με κενό. Ο πρώτος θα αντιστοιχεί στο συνολικό κόστος της φθηνότερης λύσης και ο δεύτερος στο συνολικό κόστος της δεύτερης φθηνότερης λύσης για την εγκατάσταση καλωδίων που συνδέουν όλες τις διασταυρώσεις της πόλης σε ένα συνεκτικό δίκτυο.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$3 \leq N \leq 2000$	6 9	130 140
$3 \leq M \leq 10^5$	1 2 50	
$1 \leq d(e) \leq 10^9$	1 3 80	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1sec.	2 3 60	
Όριο μνήμης: 64 MB.	2 4 20	
	3 5 40	
Θα υπάρχουν ακόμη, ως bonus,	2 5 30	
δύο παραδείγματα αξιολόγησης	4 5 10	
όπου $N = 50000$ .	4 6 10	
	5 6 50	