



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

5η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 1/2/2011

Άσκηση 1: Φορολογικός Έλεγχος

Η εφορία αποφάσισε να κάνει αιφνιδιαστικό έλεγχο σε όλες τις επιχειρήσεις της πόλης Königsberg. Για να οργανωθούν καλύτερα οι έλεγχοι και να ελαχιστοποιηθεί το κόστος, η εφορία θα μισθώσει ένα λεωφορείο που θα μεταφέρει τους ελεγκτές. Το λεωφορείο πρέπει να περάσει από όλους τους δρόμους της πόλης (όπου ως δρόμος νοείται το τμήμα μιας οδού μεταξύ δύο διαδοχικών διασταυρώσεων). Σε κάθε δρόμο, θα αποβιβάσει έναν ελεγκτή, που θα αναλάβει όλες τις επιχειρήσεις που βρίσκονται εκεί. Ανάλογα με το μήκος, τις κυκλοφοριακές συνθήκες, και άλλους παράγοντες, ο ιδιοκτήτης χρεώνει ένα ποσό για κάθε διέλευση του λεωφορείου από κάθε δρόμο.

Ο έφορος ζήτησε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει το ελάχιστο κόστος μίσθωσης για να κάνει το λεωφορείο μια κυκλική διαδρομή που διέρχεται από κάθε δρόμο της πόλης τουλάχιστον μία φορά. Ανέφερε μάλιστα ότι όλοι οι δρόμοι είναι διπλής κατεύθυνσης και ότι σε όλες τις διασταυρώσεις του Königsberg, εκτός από ακριβώς δύο, συναντάται άρτιο πλήθος δρόμων.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input το γράφημα που αντιστοιχεί στο οδικό δίκτυο μιας πόλης με τα χαρακτηριστικά του Königsberg. Κάθε διασταύρωση αντιστοιχεί σε μία κορυφή του γραφήματος και κάθε δρόμος σε μία ακμή που συνδέει δύο κορυφές. Το γράφημα θα έχει N κορυφές / διασταυρώσεις που αριθμούνται από 1 μέχρι N , και M ακμές / δρόμους. Το γράφημα θα είναι μη κατευθυνόμενο, και όλες οι κορυφές, εκτός από ακριβώς δύο, θα έχουν άρτιο βαθμό.

Όσον αφορά στην μορφή της εισόδου, στην πρώτη γραμμή θα δίνεται το πλήθος των κορυφών / διασταυρώσεων N και το πλήθος των ακμών / δρόμων M . Σε καθεμία από τις υπόλοιπες M γραμμές θα δίνονται τα χαρακτηριστικά μιας ακμής: πρώτα δύο θετικοί ακέραιοι που αντιστοιχούν στις δύο κορυφές / άκρα της ακμής, και έπειτα ένας θετικός ακέραιος που αντιστοιχεί στο ποσό που χρεώνει ο ιδιοκτήτης του λεωφορείου για κάθε διέλευση από αυτή την ακμή.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στο ελάχιστο κόστος μίσθωσης για να κάνει το λεωφορείο μια κυκλική διαδρομή που διέρχεται από κάθε ακμή του γραφήματος τουλάχιστον μία φορά. Παρατηρείστε ότι λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της πόλης, ο υπολογισμός του ελάχιστου κόστους μίσθωσης δεν απαιτεί τον υπολογισμό μιας κυκλικής διαδρομής που το επιτυγχάνει.

Περιορισμοί:

$$1 \leq N \leq 10^6$$

$$1 \leq M \leq 10^7$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

```
4 5
1 2 4
1 3 1
1 4 2
2 4 3
3 4 5
```

Παράδειγμα Εξόδου:

17

Παράδειγμα Εισόδου:

6 10
 1 2 4
 1 3 2
 1 4 6
 2 3 3
 2 4 2
 2 5 4
 3 4 3
 3 6 10
 4 6 1
 5 6 5

Παράδειγμα Εξόδου:

4 6

Άσκηση 2: Millionaire

Σκέφτεσθε να λάβετε μέρος στο νέο συναρπαστικό τηλεπαιχνίδι γνώσεων και στρατηγικής Millionaire. Το Millionaire παίζεται σε έναν εικονικό χάρτη με N σταθμούς και M κατευθυνόμενες ακμές. Κάθε ακμή συνδέει ένα ζευγάρι σταθμών (x, y) , δηλώνοντας ότι ο παίκτης μπορεί να μεταβεί από τον σταθμό x στον σταθμό y , και επιγράφεται με μια κατηγορία ερωτήσεων, που ο παίκτης πρέπει να απαντήσει κατά την μετάβαση από τον x στον y .

Στην αρχή του παιχνιδιού, ο παίκτης επιλέγει έναν (απλό) κύκλο (x_1, \dots, x_k, x_1) στον χάρτη, τον οποίο ακολουθεί σε όλη την διάρκεια του παιχνιδιού, και ποντάρει ένα χρηματικό ποσό, με το οποίο ξεκινά το παιχνίδι. Σε κάθε μετάβαση από τον σταθμό x_i στον επόμενο σταθμό x_{i+1} του κύκλου, ο παίκτης απαντά σε μια τυχαία επιλεγμένη ερώτηση από την κατηγορία ερωτήσεων της ακμής (x_i, x_{i+1}) . Αν ο παίκτης απαντήσει σωστά, όσα χρήματα έχει εκείνη την στιγμή διπλασιάζονται, αν ο παίκτης απαντήσει λάθος, όσα χρήματα έχει εκείνη την στιγμή υποδιπλασιάζονται. Ο παίκτης αποχωρεί από το παιχνίδι με το ποσό που έχει συγκεντρώσει μετά την συμπλήρωση ακριβώς 10 γύρων κατά μήκος του προεπιλεγμένου κύκλου.

Για να αποφασίσετε αν θα λάβετε μέρος στο τηλεπαιχνίδι, έχετε αποτυπώσει τον χάρτη του Millionaire, και έχετε υπολογίσει την πιθανότητα p_e με την οποία απαντάτε σωστά στην κατηγορία ερωτήσεων κάθε ακμής $e = (x, y)$. Έτσι γνωρίζετε ότι αν βρεθείτε στον σταθμό x με χρηματικό ποσό D και ακολουθήσετε την ακμή e , η αναμενόμενη τιμή του χρηματικού ποσού που θα έχετε στον σταθμό y είναι:

$$2Dp_e + \frac{1}{2}D(1 - p_e) = D\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}p_e\right)$$

Απομένει να γράψετε ένα πρόγραμμα που θα διαπιστώνει αν υπάρχει κύκλος που εξασφαλίζει ότι η αναμενόμενη τιμή του χρηματικού ποσού με το οποίο θα αποχωρήσετε από το παιχνίδι είναι μεγαλύτερη από το χρηματικό ποσό που ποντάρατε αρχικά.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να διαβάζει την είσοδο από το standard input. Στην πρώτη γραμμή θα δίνεται το πλήθος των στιγμιότυπων T (θετικός ακέραιος), και θα ακολουθεί η περιγραφή T διαφορετικών στιγμιότυπων. Στην πρώτη γραμμή της περιγραφής κάθε στιγμιότυπου θα δίνεται το πλήθος N των σταθμών του και το πλήθος M των ακμών του. Σε καθεμία από τις υπόλοιπες M γραμμές της περιγραφής του στιγμιότυπου, θα δίνονται τα χαρακτηριστικά μιας κατευθυνόμενης ακμής $e = (x, y)$: πρώτα ο σταθμός x από τον οποίο η ακμή ξεκινά, μετά ο σταθμός y όπου η ακμή καταλήγει, και τέλος ένας φυσικός P_e , $0 \leq P_e \leq 100$, που αντιστοιχεί (ως

ποσοστό επί τοις εκατό) στην πιθανότητα p_e να απαντηθεί σωστά μια ερώτηση της κατηγορίας της ακμής e (δηλ. είναι $p_e = P_e/100$).

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει T γραμμές, μία για κάθε στιγμιότυπο, που δηλώνουν αν υπάρχει κύκλος που εξασφαλίζει ότι η αναμενόμενη τιμή του χρηματικού ποσού με το οποίο θα αποχωρήσετε από το παιχνίδι είναι μεγαλύτερη από το χρηματικό ποσό που ποντάρατε αρχικά (σε αυτή την περίπτωση, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει Possible) ή όχι (το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει Not possible).

Περιορισμοί:

Παραδείγματα Εισόδου:

Παραδείγματα Εξόδου:

$$1 \leq T \leq 20$$

2

Possible

$$1 \leq N \leq 10^3$$

4 5

Not possible

$$1 \leq M \leq 10^6$$

1 2 25

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1sec.

2 3 42

Όριο μνήμης: 64 MB.

3 1 33

3 4 20

4 2 50

4 5

1 2 25

2 3 42

3 1 33

3 4 9

4 2 50