



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

3η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 30/1/2012

Άσκηση 1: Αρχηγείο Ακτιβιστών

Στο μακρινό Algorithmenland, η ακτιβιστική ομάδα της Αναζήτησης κατά Πλάτος έχει εγκαταστήσει το αρχηγείο της στα σπήλαια που βρίσκονται στους πρόποδες του βουνού του Επαναλαμβανόμενου Τετραγωνισμού. Το συγκρότημα του αρχηγείου αναπτύσσεται σε k επίπεδα με N αριθμημένες αίθουσες το καθένα. Η μοναδική είσοδος στο αρχηγείο είναι ένας διάδρομος που οδηγεί από την επιφάνεια του εδάφους στην αίθουσα s του πρώτου επιπέδου, ενώ ο επικεφαλής της ομάδας βρίσκεται στην αίθουσα t του k -οστού επιπέδου.

Οι αίθουσες στο ίδιο επίπεδο δεν συνδέονται απευθείας μεταξύ τους, και η μετακίνηση γίνεται μέσω διαδρόμων που συνδέουν (ανά δύο) αίθουσες που βρίσκονται σε διαδοχικά επίπεδα. Μάλιστα, για να διατηρήσουν την αρχιτεκτονική του αρχηγείου σχετικά απλή και εύκολα απομνημονεύσιμη, οι ακτιβιστές της Αναζήτησης κατά Πλάτος έχουν φροντίσει ώστε οι συνδέσεις μεταξύ αιθουσών σε διαδοχικά επίπεδα να είναι ίδιες για όλα τα επίπεδα. Δηλαδή, αν η αίθουσα x στο πρώτο επίπεδο συνδέεται με τις αίθουσες y_1, \dots, y_ℓ στο δεύτερο επίπεδο, τότε η αίθουσα x σε κάθε επίπεδο i , $1 \leq i \leq k - 1$, συνδέεται με τις αίθουσες y_1, \dots, y_ℓ στο επίπεδο $i + 1$. Έτσι για την απρόσκοπτη μετακίνηση στο αρχηγείο, αρκεί η γνώση των συνδέσεων μεταξύ των αιθουσών δύο διαδοχικών επιπέδων.

Για να αξιολογήσουν την ευκολία των μετακινήσεων εντός του αρχηγείου, οι ακτιβιστές της Αναζήτησης κατά Πλάτος σκέφτηκαν να μετρήσουν πόσες είναι οι διαφορετικές συντομότερες διαδρομές που οδηγούν από την είσοδο του αρχηγείου στην αίθουσα όπου βρίσκεται ο επικεφαλής. Σας ζητούν να τους βοηθήσετε φτιάχνοντας ένα πρόγραμμα για αυτόν τον σκοπό.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input το πλήθος των επιπέδων, το γράφημα που περιγράφει τις συνδέσεις μεταξύ των αιθουσών δύο διαδοχικών επιπέδων, και τις αίθουσες αφετηρίας και προορισμού. Όσον αφορά στην μορφή της εισόδου, στην πρώτη γραμμή θα δίνονται (με αυτή τη σειρά, χωρισμένα με κενό) το πλήθος k των επιπέδων, το πλήθος N των αιθουσών / κορυφών σε κάθε επίπεδο, το πλήθος M των διαδρόμων / ακμών μεταξύ κορυφών δύο διαδοχικών επιπέδων, ο αριθμός s της αίθουσας αφετηρίας στο πρώτο επίπεδο, και ο αριθμός t της αίθουσας προορισμού στο τελευταίο επίπεδο. Σε καθεμία από τις υπόλοιπες M γραμμές θα δίνεται μια σύνδεση (x, y) μεταξύ αιθουσών / κορυφών διαδοχικών επιπέδων. Συγκεκριμένα, η σύνδεση (x, y) δηλώνει ότι η αίθουσα με αριθμό x σε κάθε επίπεδο i , $1 \leq i \leq k - 1$, συνδέεται με διάδρομο / ακμή με την αίθουσα με αριθμό y στο επίπεδο $i + 1$.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στο πλήθος C των διαφορετικών συντομότερων μονοπατιών που οδηγούν από την αίθουσα s στο πρώτο επίπεδο στην αίθουσα t στο k -οστό επίπεδο. Επειδή αυτός ο αριθμός μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγάλος, το πρόγραμμά σας πρέπει στην πραγματικότητα να τυπώνει τον $C \bmod (10^8 + 7)$.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$2 \leq k \leq 10000$	6 5 11 1 3	10
$2 \leq N \leq 100$	1 2	
$2 \leq M \leq 4000$	1 3	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	2 2	
Όριο μνήμης: 64 MB.	2 3	
	2 4	
Θα υπάρχουν ακόμη, ως bonus,	3 4	
δύο παραδείγματα αξιολόγησης	3 5	
όπου $k = 10^8$.	4 1	
	4 5	
	5 1	
	5 5	

Άσκηση 2: Αποκριάτικος Φωτισμός

Η Πάτρα ετοιμάζεται και φέτος για το Καρναβάλι, και ο Δήμαρχος μελετά τρόπους να την φωταγωγήσει. Μέχρι πέρυσι φωταγωγούνταν όλοι οι δρόμοι. Φέτος όμως αυτό αποτελεί πολυτέλεια, τόσο λόγω των σημαντικών περικοπών στον προϋπολογισμό του Δήμου, όσο και λόγω των αντιδράσεων από οικολογικές οργανώσεις για κατασπατάληση ενέργειας. Στην προσπάθεια για εξεύρεση οικονομικότερης λύσης, ο Δήμαρχος σκέφτεται να φωταγωγήσει μόνο τις διασταυρώσεις της πόλης. Πιστεύει ότι αυτή η λύση είναι οικονομική και επαρκής για όλες τις καρναβαλικές εκδηλώσεις.

Σας έχει ανατεθεί η τεχνοοικονομική μελέτη για το νέο σχέδιο του Αποκριάτικου φωτισμού. Ο φωτισμός γίνεται ενιαία από μία γεννήτρια που είναι εγκατεστημένη στη διασταύρωση όπου βρίσκεται το Δημαρχείο. Πρέπει λοιπόν όλες οι διασταυρώσεις της πόλης να συνδεθούν με τη γεννήτρια μέσω ενός συνεκτικού δικτύου καλωδίων που θα εγκατασταθούν σε κάποιους από τους δρόμους της πόλης (όπου ως δρόμος νοείται το τμήμα μιας οδού μεταξύ δύο διαδοχικών διασταυρώσεων). Οι δρόμοι μπορεί να έχουν διαφορετικό μήκος. Όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος ενός δρόμου, τόσο μεγαλύτερο είναι το κόστος εγκατάστασης των καλωδίων και η απώλεια ενέργειας σε αυτά. Πρέπει λοιπόν να φτιάξετε ένα πρόγραμμα, υπολογίζει τις δύο οικονομικά πιο συμφέρουσες λύσεις για την εγκατάσταση καλωδίων ώστε να φωταγωγηθούν όλες οι διασταυρώσεις της πόλης.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input το γράφημα που αντιστοιχεί στο οδικό δίκτυο μιας πόλης. Κάθε διασταύρωση αντιστοιχεί σε μία κορυφή του γραφήματος και κάθε δρόμος σε μία ακμή που συνδέει δύο κορυφές. Όσον αφορά στην μορφή της εισόδου, στην πρώτη γραμμή θα δίνονται (με αυτή τη σειρά) το πλήθος N των κορυφών / διασταυρώσεων και το πλήθος M των ακμών / δρόμων. Σε καθεμία από τις υπόλοιπες M γραμμές θα δίνονται τα χαρακτηριστικά μιας ακμής e : πρώτα δύο θετικοί ακέραιοι που αντιστοιχούν στα δύο άκρα της ακμής, και έπειτα ένας θετικός ακέραιος $d(e)$ που αντιστοιχεί στο μήκος της ακμής.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) δύο ακέραιους χωρισμένους με κενό. Ο πρώτος θα αντιστοιχεί στο συνολικό κόστος της φθηνότερης λύσης και ο δεύτερος στο συνολικό κόστος της δεύτερης φθηνότερης λύσης για την εγκατάσταση καλωδίων που συνδέουν όλες τις διασταυρώσεις της πόλης σε ένα συνεκτικό δίκτυο.

Περιορισμοί:

$$3 \leq N \leq 2000$$

$$3 \leq M \leq 10^5$$

$$1 \leq d(e) \leq 10^9$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Θα υπάρχουν ακόμη, ως bonus,
δύο παραδείγματα αξιολόγησης
όπου $N = 50000$.

Παράδειγμα Εισόδου:

```
6 9
1 2 50
1 3 80
2 3 60
2 4 20
3 5 40
2 5 30
4 5 10
4 6 10
5 6 50
```

Παράδειγμα Εξόδου:

```
130 140
```