

Στοιχεία Χωρικής Πολυπλοκότητας

Διδάσκοντες: **Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης**
Επιμέλεια διαφανειών: **Δ. Φωτάκης**

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Χωρική Πολυπλοκότητα

□ **Χωρική** πολυπλοκότητα DTM M (NTM N):

- Αύξουσα συνάρτηση $s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ώστε για κάθε x , $|x| = n$, #κυττάρων όπου $M(x)$ (απαιτητικότερος κλάδος $N(x)$) αποθηκεύει ενδιάμεσα αποτελέσματα είναι $\leq s(n)$.
- Δεν συμπεριλαμβάνεται είσοδος και έξοδος.

□ (Μη ντετ.) χωρική πολυπλοκότητα προβλήματος Π :

- «Οικονομικότερη» σε μνήμη DTM (NTM) που λύνει Π .

□ Κλάσεις χωρικής πολυπλοκότητας:

$\mathbf{DSPACE}[s(n)] \equiv \{\Pi : \Pi \text{ λύνεται από DTM χώρου } O(s(n))\}$

$\mathbf{NSPACE}[s(n)] \equiv \{\Pi : \Pi \text{ λύνεται από NTM χώρου } O(s(n))\}$

Κλάσεις Χωρικής Πολυπλοκότητας

- Πολυωνυμικός χώρος: $\mathbf{PSPACE} \equiv \bigcup_{k \geq 0} \mathbf{DSPACE}[n^k]$
 $\mathbf{NPSPACE} \equiv \bigcup_{k \geq 0} \mathbf{NSPACE}[n^k]$
- Λογαριθμικός χώρος: $\mathbf{L} \equiv \mathbf{DSPACE}[\log n]$
 $\mathbf{NL} \equiv \mathbf{NSPACE}[\log n]$
- Για κάθε συνάρτηση πολυπλοκότητας $s(n)$, ισχύει ότι:
 $\mathbf{DSPACE}[s(n)] \subseteq \mathbf{NSPACE}[s(n)] \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE} \\ \mathbf{L} \subseteq \mathbf{NL} \end{cases}$
 $\mathbf{NTIME}[s(n)] \subseteq \mathbf{DSPACE}[s(n)] \Rightarrow \mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$
 $\mathbf{NSPACE}[s(n)] \subseteq \mathbf{DTIME}[c^{\log n + s(n)}] \Rightarrow \mathbf{NL} \subseteq \mathbf{P}$

Κλάσεις Χωρικής Πολυπλοκότητας

- Ιεραρχία κλάσεων χωρικής πολυπλοκότητας:
 - Για κάθε συνάρτηση πολυπλοκότητας $s(n) \geq \log n$,
 $\text{DSPACE}[s(n)] \subset \text{DSPACE}[\omega(s(n))] \Rightarrow \text{L} \subset \text{PSPACE}$
 $\text{NSPACE}[s(n)] \subset \text{NSPACE}[\omega(s(n))] \Rightarrow \text{NL} \subset \text{NPSPACE}$
- Θεώρημα **Savitch**. Για κάθε συναρτ. πολυπλ. $s(n) \geq \log n$,
 $\text{NSPACE}[s(n)] \subseteq \text{DSPACE}[s^2(n)]$
 $\Rightarrow \text{PSPACE} = \text{NPSPACE}$

Συνολική Εικόνα

- Γνωρίζουμε ότι:

$$L \subseteq NL \subseteq P \subseteq NP \subseteq PSPACE = NPSPACE$$

- ... και ότι: $L \subseteq PSPACE$ και $NL \subseteq PSPACE$

