



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 23/12/2013

Άσκηση 1: Συνάντηση στην Τετραγωνούπολη

Μια παρέα N φοιτητών ζει στην Τετραγωνούπολη, όπου υπάρχουν M κάθετοι και M οριζόντιοι δρόμοι, σε ίση απόσταση μεταξύ τους, και M^2 διασταυρώσεις δρόμων που σχηματίζουν ένα πλέγμα (grid). Κάθε φοιτητής ζει σε κάποια διασταύρωση της Τετραγωνούπολης. Οι φοιτητές θέλουν να συναντηθούν στην κατοικία κάποιου για να κάνουν τις προγραμματιστικές ασκήσεις στο μάθημα των Αλγορίθμων. Ως σημείο συνάντησης ορίζεται η κατοικία που ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές. Κάθε φοιτητής ξεκινά από το σπίτι του και κινείται πάνω στους δρόμους της Τετραγωνούπολης, στρίβοντας μόνο στις διασταυρώσεις. Θεωρούμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών διασταυρώσεων είναι 1. Να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα αρχικά θα διαβάζει από το standard input έναν θετικό φυσικό, το πλήθος N των φοιτητών. Στη συνέχεια το πρόγραμμα θα διαβάζει N ζεύγη φυσικών αριθμών που χωρίζονται με κενό. Κάθε ζεύγος φυσικών δηλώνει τη θέση της κατοικίας ενός φοιτητή στο πλέγμα της Τετραγωνούπολης.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές για να μεταβούν στο σημείο συνάντησης. Σημειώστε ότι για μεγάλες τιμές των N και M , η συνολική απόσταση (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που χρειάζονται για τον υπολογισμό της) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:

$$3 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$$

$$2 \leq M \leq 10^7$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

7

1 3

3 2

3 5

6 9

10 1

12 4

5 7

Παράδειγμα Εξόδου:

39

Άσκηση 2: Θέσεις Περιπτέρων

Πριν από μερικές ημέρες, ανοίχθηκε ένας νέος δρόμος στην πόλη. Αμέσως, έγιναν πολλές αιτήσεις για εγκατάσταση περιπτέρου στο νέο δρόμο. Κάθε επίδοξος περιπτεράς έχει μια συγκεκριμένη προτίμηση για τη θέση του περιπτέρου του, δηλαδή μια ακέραια συντεταγμένη κατά μήκος του δρόμου. Το πρόβλημα είναι ότι ο Δήμος, για χωροταξικούς λόγους, δεν θέλει να υπάρχουν περίπτερα που απέχουν λιγότερο από K μέτρα. Έτσι χρειάζεται να μετακινήσουμε κάποια περίπτερα, δεξιά ή αριστερά, ώστε να ικανοποιηθεί η απαίτηση του Δήμου, και επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε τη μεγαλύτερη απόσταση κατά την οποία θα μετακινηθεί κάποιο περίπτερο. Σε αυτό μας βοηθά ότι ο νέος δρόμος

είναι πολύ μεγάλος σε μήκος. Θεωρούμε λοιπόν ότι ο νέος δρόμος εκτείνεται απεριόριστα προς τα δεξιά και προς τα αριστερά, ώστε πάντα να μπορούμε να ικανοποιήσουμε την απαίτηση του Δήμου.

Να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει την ελάχιστη απόσταση που χρειάζεται να διανύσει το περίπτερο που θα μετακινηθεί περισσότερο.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα αρχικά θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς ακεραίους αριθμούς, το πλήθος N των σημείων για τα οποία υπάρχουν αιτήσεις εγκατάστασης περιπτέρου, και την ελάχιστη απόσταση K που πρέπει να έχουν δύο διαδοχικά περίπτερα. Στη συνέχεια, το πρόγραμμα θα διαβάζει N ζεύγη ακεραίων αριθμών, a_i και b_i , που χωρίζονται με κενό. Θα υπάρχει ένα ζεύγος ακεραίων σε καθεμία από τις επόμενες N γραμμές. Αυτοί δηλώνουν ότι υπάρχουν b_i αιτήσεις για εγκατάσταση περιπτέρου στη συντεταγμένη a_i . Οι τιμές a_i θα δίνονται ταξινομημένες σε αύξουσα σειρά, και θα είναι όλες διαφορετικές μεταξύ τους.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ρητό αριθμό, με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων, που αντιστοιχεί στην ελάχιστη απόσταση που χρειάζεται να διανύσει το περίπτερο που θα μετακινηθεί περισσότερο.

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 10^5$	3 2	1. 00
$1 \leq K \leq 10^6$	0 1	
$-10^5 \leq a_i \leq 10^5$	3 2	
$1 \leq b_i, \sum_{i=1}^N b_i \leq 10^7$	6 1	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	2 2	2. 50
Όριο μνήμης: 64 MB.	0 3	
	1 1	
	3 1	3. 00
	0 5	
	2 1	
	4 5	