



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκων: Δημήτρης Φωτάκης

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 18/11/2015

Άσκηση 1: Παιδική Χαρά στην Τετραγωνούπολη

Ο Δήμαρχος της Τετραγωνούπολης αποφάσισε να τηρήσει τις προεκλογικές του δεσμεύσεις και να φτιάξει μία παιδική χαρά στο πάρκο. Το πάρκο μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα $N \times N$ πλέγμα και η παιδική χαρά θα καταλαμβάνει την περιοχή που ορίζεται από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο εντός του πλέγματος. Συγκεκριμένα, αν το πάνω αριστερά και το κάτω δεξιά μοναδιαίο τετράγωνο του πλέγματος έχουν συντεταγμένες $(1, 1)$ και (N, N) αντίστοιχα, ο χώρος για την παιδική χαρά θα ορίζεται από δύο ζεύγη φυσικών αριθμών (a, b) και (c, d) , με $1 \leq a \leq c \leq N$ και $1 \leq b \leq d \leq N$, που δηλώνουν τις συντεταγμένες του πάνω αριστερά και του κάτω δεξιά τετραγώνου του παραλληλόγραμμου για την παιδική χαρά αντίστοιχα.

Στο πάρκο υπάρχουν αρκετά δέντρα. Τα μοναδιαία τετράγωνα είναι αρκετά μικρά ώστε το καθένα να περιέχει το πολύ ένα δέντρο. Αν ένα μοναδιαίο τετράγωνο του πλέγματος περιέχει δέντρο, η αντίστοιχη θέση του χάρτη σημειώνεται με τον χαρακτήρα "1", διαφορετικά σημειώνεται με τον χαρακτήρα "0". Έπειτα από χρόνια ερευνών, οι επιστήμονες της Τετραγωνούπολης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η ιδανική παιδική χαρά πρέπει να έχει ακριβώς K δέντρα στο εσωτερικό της. Αν υπάρχουν λιγότερα, η παιδική χαρά μοιάζει αποξενωμένη από το φυσικό περιβάλλον, αν υπάρχουν περισσότερα, τα παιδιά κρύβονται πίσω από τα δέντρα και οι γονείς τους δεν τα βλέπουν. Ο Δήμαρχος θέλει να ξέρει πόσα είναι τα διαφορετικά παραλληλόγραμμα με ακριβώς K δέντρα, όπου θα μπορούσε να δημιουργηθεί η παιδική χαρά.

Δεδομένα Εισόδου: Αρχικά, το πρόγραμμα θα πρέπει να διαβάσει από το standard input 2 ακεραίους, τους N και K . Στη συνέχεια το πρόγραμμα θα διαβάσει N γραμμές με τις θέσεις των δέντρων στο πάρκο. Συγκεκριμένα, στην i -οστή γραμμή θα βρίσκεται μία συμβολοσειρά μήκους N αποτελούμενη από τους χαρακτήρες "0" και "1". Ο j -οστός χαρακτήρας της i -οστής γραμμής είναι "1" αν υπάρχει δέντρο στο μοναδιαίο τετράγωνο (i, j) του πάρκου και "0" διαφορετικά.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output έναν φυσικό αριθμό που αντιστοιχεί στο πλήθος των δυνατών τοποθετήσεων της παιδικής χαράς ώστε αυτή να έχει ακριβώς K δέντρα. Σημειώστε ότι το τελικό αποτέλεσμα (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα) θα μπορούσαν να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:

Για το 60% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 200$
Για το 100% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 600$
Για το 120% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 700$
 $1 \leq K \leq 6$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 2 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

3 1
0 0 1
0 1 0
0 0 0

Παράδειγμα Εξόδου:

17

Άσκηση 2: Ο Μπάμπης και το Εργοστάσιο Σοκολάτας

Στη μακρινή χώρα των Αλγορίθμων, εδώ και αρκετά χρόνια, λειτουργεί ένα εργοστάσιο σοκολάτας με μοναδικό υπάλληλο τον Μπάμπη τον σοκολατοποιό. Η παραγωγή σοκολάτας είναι μία πολύπλοκη και χρονοβόρα διαδικασία, η οποία απαιτεί εξαιρετική ακρίβεια και γνωρίζουμε ελάχιστα πράγματα για αυτήν. Αυτό που γνωρίζουμε είναι ότι υπάρχει μία μεγάλη δεξαμενή και γύρω από αυτήν υπάρχουν N πηγές σοκολάτας. Κάθε πηγή i ξεκινά να ρίχνει σοκολάτα στην δεξαμενή κάποια (ακέραια) χρονική στιγμή s_i και σταματά κάποια (ακέραια) στιγμή f_i , ενώ ρίχνει ένα λίτρο σοκολάτας ανά χρονική μονάδα. Για να ξεκινήσει η διαδικασία παραγωγής, πρέπει ο Μπάμπης να εισάγει τον κωδικό εκκίνησης κάποια ακέραια χρονική στιγμή που η δεξαμενή περιέχει τουλάχιστον K λίτρα σοκολάτας. Μάλιστα ο Μπάμπης έχει παρατηρήσει ότι όσο πιο κοντά στα K λίτρα βρίσκεται όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή τη στιγμή που ξεκινάει η διαδικασία παραγωγής, τόσο καλύτερη ποιότητα σοκολάτας επιτυγχάνεται.

Το πρόβλημα είναι ότι ο Μπάμπης προτιμά να παίρνει έναν υπνάκο στο ενδιάμεσο και δεν ξέρει πότε ακριβώς πρέπει να ρυθμίσει το ξυπνητήρι του, ώστε να εισάγει τον κωδικό εκκίνησης αμέσως μόλις ο όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή ξεπεράσει τα K λίτρα. Χρειάζεται λοιπόν να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει την ελάχιστη χρονική στιγμή που μπορεί να ξεκινήσει η διαδικασία παραγωγής σοκολάτας.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς φυσικούς αριθμούς, το πλήθος N των πηγών και τον ζητούμενο όγκο K . Στη συνέχεια, στην i -οστή από τις επόμενες N γραμμές θα υπάρχουν δύο ακέραιοι αριθμοί s_i, f_i που αντιστοιχούν στον χρόνο έναρξης και λήξης κάθε πηγής. Διευκρινίζεται ότι κάθε πηγή i παράγει ακριβώς $t - s_i + 1$ λίτρα σοκολάτας αν λειτουργήσει μέχρι και την χρονική στιγμή t , $s_i \leq t \leq f_i$.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα θα τυπώνει στο standard output ένα ακέραιο αριθμό που θα αντιστοιχεί στην ελάχιστη χρονική στιγμή όπου ο όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή είναι τουλάχιστον K λίτρα. Όπως και στην προηγούμενη άσκηση, το K και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 10^5$	1 1	1
$0 \leq s_i \leq f_i \leq 10^8$	1 5	
$1 \leq K \leq \sum_i (f_i - s_i + 1)$		
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	2 4	3
Όριο μνήμης: 64 MB.	1 5	
	3 7	
	1 201	5200
	5000 7000	