



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκων: Δημήτρης Φωτάκης

4η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 7/3/2016

Άσκηση 1: Εργαστήριο Ηλεκτρονικής

Η κατασκευή της πλακέτας στο μάθημα της εργαστηριακής ηλεκτρονικής δεν είναι εύκολη υπόθεση. Θα προσπαθήσουμε, λοιπόν, να γράψουμε ένα πρόγραμμα που διευκολύνει την διαδικασία.

Φανταζόμαστε μια πλακέτα ως ένα $L \times W$ πλέγμα σημείων (i, j) , $1 \leq i \leq L$, $1 \leq j \leq W$. Στην πλακέτα έχουν τοποθετηθεί δύο στοιχεία και πρέπει να τα συνδέσουμε μεταξύ τους. Για τη σύνδεση, έχουμε στη διάθεσή μας πρακτικά απειριορίστο αριθμό ευθύγραμμων συρμάτων, σε όλα τα δυνατά μήκη, τα οποία όμως δεν θέλουμε να λυγίσουμε (ώστε να μπορούν εύκολα να ξαναχρησιμοποιηθούν). Έτσι τα σύρματα που θα τοποθετήσουμε πρέπει να είναι παράλληλα στους άξονες της πλακέτας και θα πρέπει να τα ενώσουμε με κολλήσεις. Οι κολλήσεις, ωστόσο κοστίζουν (σε χρόνο και κομψότητα) και αυξάνουν την πολυπλοκότητα της τοπολογίας. Στην πλακέτα υπάρχουν ακόμη και κάποια “εμπόδια” όπου, για τεχνικούς λόγους, δεν επιτρέπεται ούτε να περάσει σύρμα ούτε να γίνουν κολλήσεις. Πρέπει, λοιπόν, να γράψουμε ένα πρόγραμμα που να επιλέγει και να τοποθετεί τα ευθύγραμμα σύρματα ώστε να επιτυγχάνεται η σύνδεση των δύο στοιχείων με τον ευκολότερο και τον κομψότερο τρόπο (βλ. με το ελάχιστο συνολικό κόστος).

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input, στην πρώτη γραμμή, δύο θετικούς φυσικούς, L και W , που αντιστοιχούν στις διαστάσεις της πλακέτας. Οι επόμενες L γραμμές θα περιέχουν W φυσικούς αριθμούς η καθεμία. Στις δύο θέσεις όπου έχουν τοποθετηθεί τα στοιχεία θα υπάρχει η τιμή 0 (έτσι δηλώνουμε τις θέσεις των στοιχείων που πρέπει να συνδέσουμε μεταξύ τους – θα υπάρχουν πάντα ακριβώς δύο θέσεις με τιμή 0). Στις θέσεις-“εμπόδια” θα υπάρχει η τιμή 4000. Σε όλες τις υπόλοιπες θέσεις, η τιμή θα είναι ένας θετικός ακέραιος που δεν θα ξεπερνά το 2000. Πάντα θα υπάρχει τρόπος να συνδεθούν οι θέσεις των δύο στοιχείων με ευθύγραμμο σύρματα.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στο ελάχιστο κόστος της σύνδεσης των δύο στοιχείων¹.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$1 \leq L \leq 1000$	5 5	1284
$1 \leq W \leq 1000$	0 1516 1170 10 1524	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	1157 1611 1142 4000 311	
Όριο μνήμης: 64 MB.	1936 54 752 680 881	
	1913 802 638 0 12	
	135 4000 13 762 89	

¹ **Εξήγηση Παραδείγματος:** Οι θέσεις που πρέπει να συνδέσουμε είναι οι $(1, 1)$ και $(4, 4)$, και υπάρχουν “εμπόδια” στις θέσεις $(2, 4)$ και $(5, 2)$. Κάνουμε τη σύνδεση (με ευθύγραμμο σύρματα) με κολλήσεις στις θέσεις $(1, 1)$ (αρχική, κόστος 0), $(1, 3)$ (κόστος 1170), $(5, 3)$ (κόστος 13), $(5, 5)$ (κόστος 89), $(4, 5)$ (κόστος 12), και $(4, 4)$ (τελική, κόστος 0). Το συνολικό κόστος είναι $1170 + 13 + 12 + 89 = 1284$. Παρατηρήστε ότι δεν μπορούμε να έχουμε ευθύγραμμο σύρμα μεταξύ των θέσεων $(1, 4)$ και $(4, 4)$, λόγω της ύπαρξης “εμποδίου” στη θέση $(2, 4)$.

Άσκηση 2: Επιτραπέζιο Παιχνίδι

Στη χώρα των Αλγορίθμων υπάρχει ένα επιτραπέζιο παιχνίδι που παίζεται από έναν μόνο παίκτη. Η οριζόντια επιφάνεια όπου παίζεται το παιχνίδι είναι χωρισμένη σε τετράγωνα έτσι ώστε να δημιουργείται ένα $N \times M$ πλέγμα με N γραμμές και M στήλες. Κάθε τετράγωνο έχει πάνω του γραμμένο ένα πεζό γράμμα του Λατινικού αλφαβήτου. Ο παίκτης, αρχικά, διαλέγει από ποιο τετράγωνο θα ξεκινήσει το πόνι του. Το τετράγωνο όπου θα μετακινηθεί το πόνι στο επόμενο βήμα εξαρτάται αποκλειστικά από το γράμμα που περιέχει το τετράγωνο όπου βρίσκεται το πόνι. Συγκεκριμένα, υπάρχει ένας πίνακας που αντιστοιχίζει κάθε γράμμα σε ένα ζευγάρι ακεραίων. Έτσι, ο παίκτης πρώτα βρίσκει το γράμμα στο τετράγωνο όπου βρίσκεται το πόνι του (ας πούμε ότι εκεί υπάρχει το a), έπειτα βρίσκει το ζευγάρι ακεραίων (i_a, j_a) που αντιστοιχούν στο a , και τέλος μετακινεί το πόνι του από τη θέση (x, y) στην οποία βρισκόταν στη θέση $(x + i_a, y + j_a)$. Αν η νέα θέση βρίσκεται εκτός πλέγματος (δηλ. αν δεν αληθεύει ότι $1 \leq x + i_a \leq N$ και ότι $1 \leq y + j_a \leq M$), και μόνο τότε, ο παίκτης είναι αναγκασμένος να μείνει στο ίδιο τετράγωνο για πάντα.

Ένας ενθουσιώδης παίκτης αποφάσισε να καταγράψει όλα τα γράμματα που συναντά το πόνι του σε κάθε παρτίδα που παίζει. Όμως, μέσα στον ενθουσιασμό του, συχνά ξεχνούσε να σημειώσει κάποια γράμματα. Επιπλέον, στο ίδιο τετράδιο σημειώνει και τη λίστα με τα ψώνια της εβδομάδας. Έτσι σήμερα αναρωτιέται ποιες από τις K συμβολοσειρές που έχει μπροστά του μπορεί να έχουν προκύψει από κάποια παρτίδα του αγαπημένου του επιτραπέζιου και ποιες αποτελούν ονόματα περιέργων μπαχαρικών που χρησιμοποιεί η γυναίκα του (και πρέπει οπωσδήποτε να αγοράσει).

Να γράψετε ένα πρόγραμμα που ελέγχει αν μια δεδομένη συμβολοσειρά μπορεί να προκύψει από το παραπάνω επιτραπέζιο παιχνίδι, για κάποια αρχική θέση του πιονιού.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input, στην πρώτη γραμμή, δύο θετικούς ακέραιους N και M , που αντιστοιχούν στο πλήθος των γραμμών και των στηλών του πλέγματος. Στην i -οστή από τις επόμενες N γραμμές, θα δίνεται μία συμβολοσειρά από M πεζά γράμματα του Λατινικού αλφαβήτου που αντιστοιχεί στο περιεχόμενο των τετραγώνων της i -οστής γραμμής του πλέγματος. Στις επόμενες 26 γραμμές θα δίνονται 26 ζευγάρια ακεραίων αριθμών i και j , ένα σε κάθε γραμμή. Το πρώτο ζευγάρι ακεραίων αντιστοιχεί στο γράμμα a , το δεύτερο στο b , κοκ. Στην επόμενη γραμμή, θα υπάρχει ένας θετικός ακέραιος K , που αντιστοιχεί στο πλήθος των συμβολοσειρών που πρέπει να ελεγχθούν. Σε καθεμία από τις επόμενες K γραμμές, θα δίνεται μια συμβολοσειρά για την οποία πρέπει να ελέγξουμε αν μπορεί να προκύψει από το παραπάνω επιτραπέζιο παιχνίδι.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας θα τυπώνει στο standard output K απαντήσεις, μία σε κάθε γραμμή. Η απάντηση στην i -οστή γραμμή θα είναι "yes", αν η i -οστή συμβολοσειρά που ελέγχεται προκύπτει από το παραπάνω επιτραπέζιο για κάποια αρχική θέση του πιονιού, και "no" διαφορετικά.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$1 \leq N, M, K \leq 200$	1 1	yes
$-200 \leq$ αριθμοί στα 26 ζευγάρια ≤ 200	a	no
Μήκος συμβολοσειράς για έλεγχο ≤ 50.000	1 1	
Συνολικό μήκος συμβ/ρών για έλεγχο $\leq 10^6$	[24 ακόμη γραμμές με 1 1]	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	1 1	
Όριο μνήμης: 64 MB.	2	
	aaaaaaaaaaaaaaaa	
	xaxaxaxaxaxa	