Υπολογιστική Θεωρία Αριθμών και Κρυπτογραφία

Συμμετρικά κρυπτοσυστήματα

Άρης Παγουρτζής – Στάθης Ζάχος

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Δίκτυα Feistel

Δίκτυα Feistel [H. Feistel 1973]

- Blowfish, Lucifer, DES, IDEA, RC5, SMS4, RC6, …
- Κρυπτοσυστήματα τμήματος (block cryptosystems): το αρχικό κείμενο χωρίζεται σε block συγκεκριμένου μήκους (π.χ. για DES: 64 bits).
- Στο εξής θα ασχοληθούμε με την κρυπτογράφηση ενός μόνο τμήματος (block):
  - Είσοδος: $L_0||R_0$
  - Σε κάθε γύρο i, για $i = 1, 2, ..., r$:
    $L_i = R_{i-1}$
    $R_i = F(R_{i-1}, K_i) \oplus L_{i-1}$
  - Έξοδος: $R_r||L_r$.
  - k_i: το κλειδί του γύρου i – παράγεται από το αρχικό κλειδί, συνήθως με ολισθήσεις.
  - F: συνάρτηση που είναι η "καρδιά" του συστήματος: πρέπει να προκαλεί σύγχυση (confusion) και διάχυση (diffusion) (Shannon ξανά!).

Δίκτυα Feistel

Σημαντικές ιδιότητες των δικτύων Feistel

Η αποκρυπτογράφηση γίνεται με τον ίδιο τρόπο, απλά αντιστρέφοντας τη σειρά των κλειδιών. Απόδειξη: στον πίνακα.

Επομένως, η συνάρτηση F δεν χρειάζεται να είναι αντιστρεπτή, σε αντίθεση με τα *Subsitution-Permutation networks*.

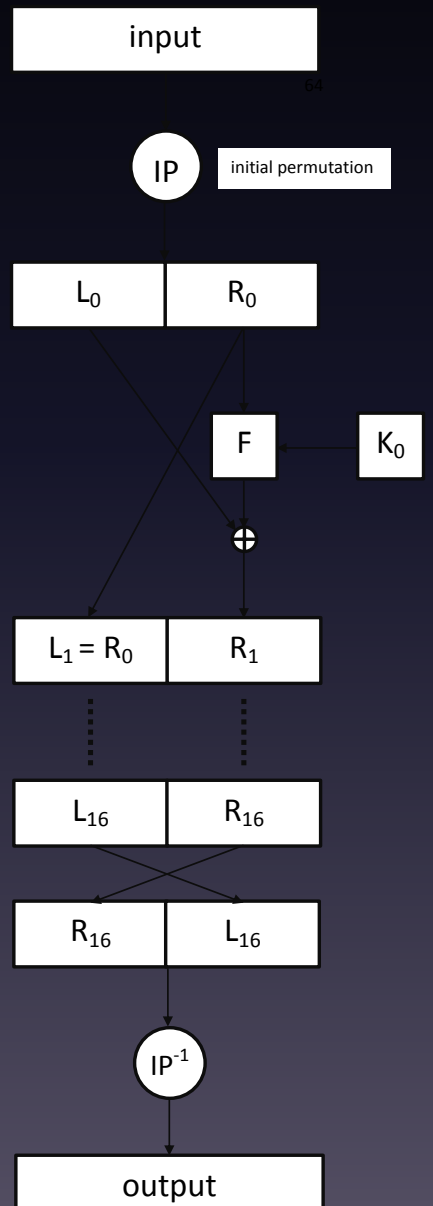
Το κρυπτοσύστημα DES

Δίκτυο Feistel 16 γύρων.

Μήκος block: 64 bits.

Μήκος κλειδιού: 64 bits (56 ‘ενεργά’ + 8 ισοτιμίας).

IP: αρχική μετάθεση (initial permutation).



Το κρυπτοσύστημα DES

Η συνάρτηση F

- Συστατικά: συνάρτηση επέκτασης E, συναρτήσεις ("κουτιά") αντικατάστασης S (S-boxes), μετάθεση P.
  - $E : \{0,1\}^{32} \mapsto \{0,1\}^{48}$
  - $S_i : \{0,1\}^{6} \mapsto \{0,1\}^{4}, \quad 0 \leq i \leq 7$
  - $P : \{0,1\}^{32} \mapsto \{0,1\}^{32}$.
- Η E παίρνει κάθε 4-άδα bits της εισόδου της και τα συμπληρώνει με τα διπλανά της: π.χ. $b_0b_1b_2b_3 \xrightarrow{E} b_{31}b_0b_1b_2b_3b_4$, δίνοντας σαν αποτέλεσμα οκτώ 6-άδες.
- Το αποτέλεσμα της E γίνεται *XOR* με το κλειδί γύρου K_i (48 bits).
- Κάθε 6-άδα του αποτελέσματος αντικαθίσταται μέσω του αντίστοιχου S-box από μία 4-άδα.
- Η εφαρμογή της P δίνει το τελικό αποτέλεσμα.

Το κρυπτοσύστημα DES

S-boxes

S_1

14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0
0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3
4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5
15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	6

Είναι πίνακες 4×16.

Κάθε 6-άδα απεικονίζεται σε μία θέση του πίνακα ως εξής: το 1ο και το 6ο ψηφίο $(b_0 b_5)$ καθορίζουν τη σειρά, τα ψηφία 2ο-5ο $(b_1 b_2 b_3 b_4)$ τη στήλη.

Στην κάθε θέση βρίσκεται ένας αριθμός από 0 έως 15, δηλ. μια 4-άδα bits, που είναι η έξοδος του S-box για είσοδο $b_0 b_1 b_2 b_3 b_4 b_5$.

Το κρυπτοσύστημα DES

Ιδιότητες των S-boxes (i)

- Είναι το μη γραμμικό συστατικό του DES, και γι'αυτό το πιο σημαντικό: χωρίς αυτό η κρυπτανάλυση θα ήταν εύκολη.
- Ειδικά σχεδιασμένα ώστε να προκαλούν σύγχυση (confusion): η σχέση ενός bit εισόδου και ενός bit εξόδου είναι πολύπλοκη. Κάθε bit της εξόδου επηρεάζεται από πολλά bits της εισόδου.
- Η διάχυση (diffusion) εξασφαλίζεται σε συνδυασμό με τις συναρτήσεις επέκτασης E και μετάθεσης P: κάθε bit της εισόδου επηρεάζει πολλά bits της εξόδου.

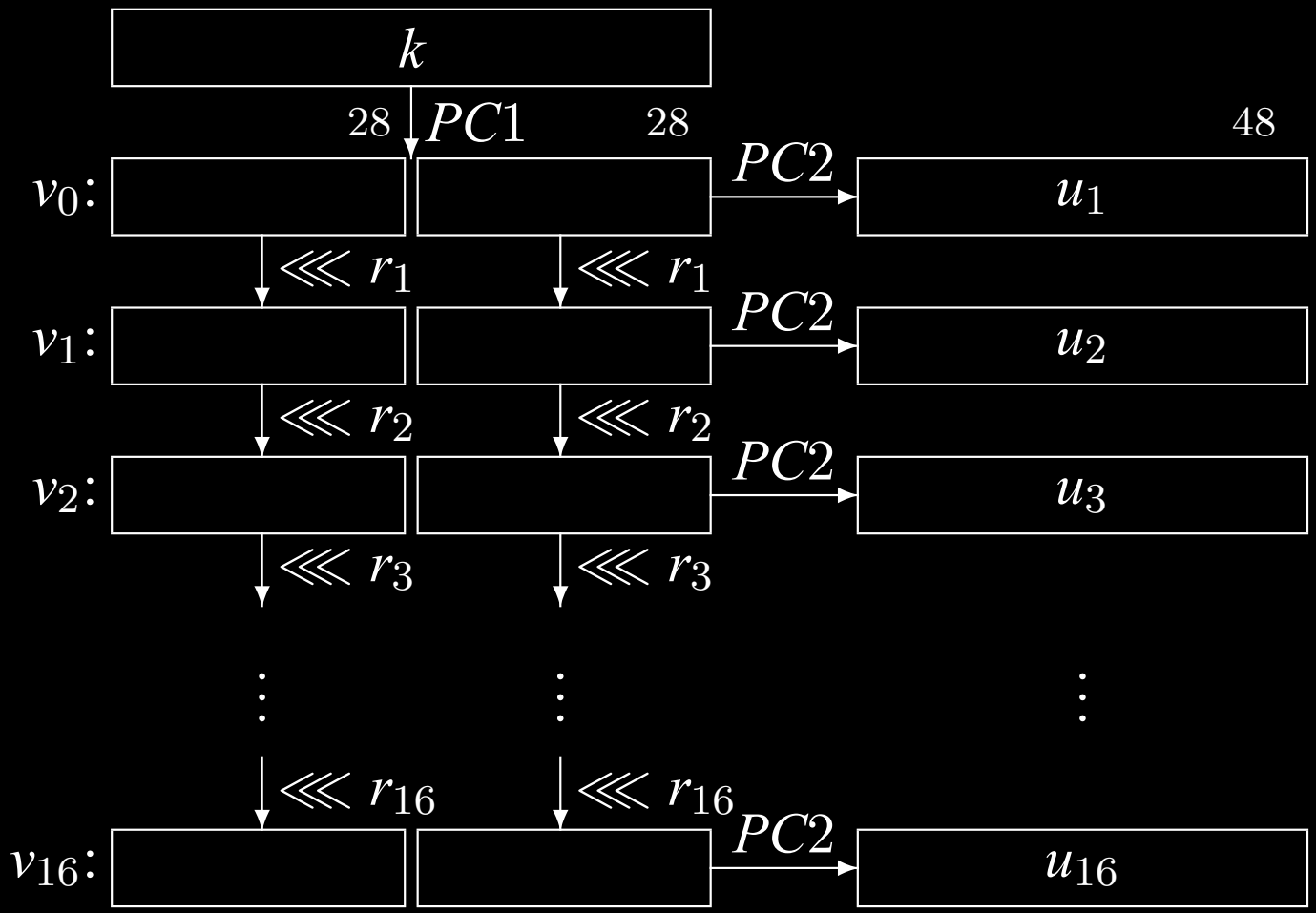
Το κρυπτοσύστημα DES

Ιδιότητες των S-boxes: NSA design criteria

- Κάθε σειρά είναι μετάθεση του $\{0, \ldots, 15\}$.
- Κανένα S-box δεν είναι γραμμική ή αφφινική συνάρτηση των εισόδων του.
- Αλλαγή ενός bit εισόδου επιφέρει αλλαγή σε τουλάχιστον δύο bit εξόδου.
- Για οποιοδήποτε ζεύγος bit εισόδου και bit εξόδου, αν καθορίσουμε την τιμή του bit εισόδου το πλήθος εισόδων που κάνουν το bit εξόδου ‘0’ είναι περίπου ίδιο με το πλήθος εισόδων που κάνουν το bit εξόδου ‘1’.

Το κρυπτοσύστημα DES

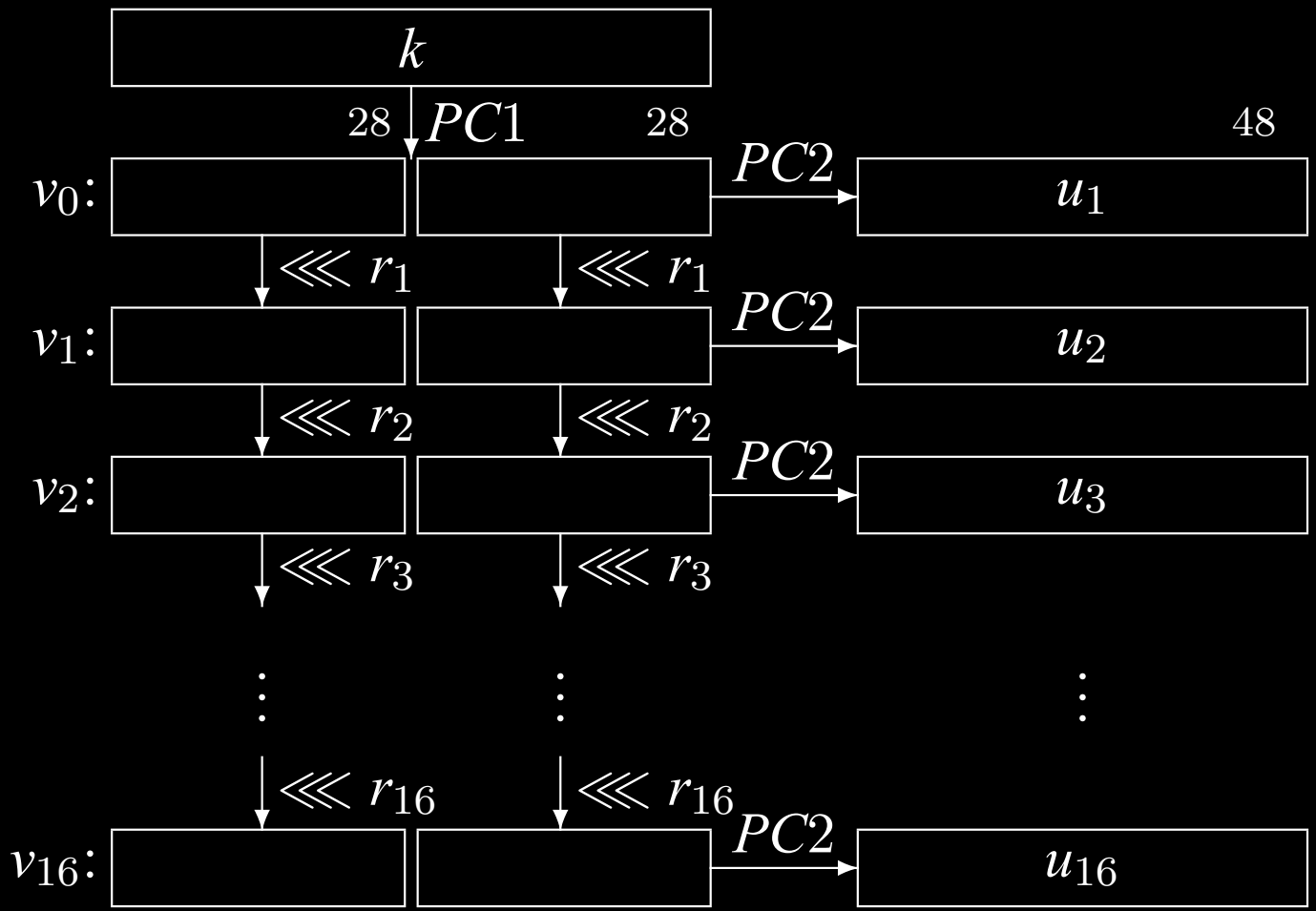
Η παραγωγή των κλειδιών



Βασίζεται σε διαδοχικές ολισθήσεις των 56 ενεργών bits του κλειδιού, και σε συναρτήσεις επιλογής $\{0,1\}^{56} \mapsto \{0,1\}^{48}$.

Το κρυπτοσύστημα DES

Η παραγωγή των κλειδιών



i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
r_i	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1
συν.	1	2	4	6	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	27	28

Το κρυπτοσύστημα DES

Ιδιότητες του ‘προγράμματος’ παραγωγής κλειδιών

- Κάθε bit χρησιμοποιείται ως είσοδος σε κάθε S-box (σε κάποιο γύρο).
- Κανένα bit δεν χρησιμοποιείται ως είσοδος στο ίδιο S-box σε διαδοχικούς γύρους .
- Στο τέλος έχει γίνει μία πλήρης περιστροφή, επιτρέποντας στην αποκρυπτογράφηση να γίνει με ολισθήσεις προς τα δεξιά (κατά αντίστροφη σειρά).

Το κρυπτοσύστημα DES

Επιθέσεις

- Brute force: 2^{56} δοκιμές.
- Complementarity property ($E(K, M) = C \Leftrightarrow E(\bar{K}, \bar{M}) = \bar{C}$) : 2^{55} δοκιμές.
- Διαφορική κρυπτανάλυση (differential cryptanalysis) [Shamir, Biham, 1990, NSA και IBM, νωρίτερα]: $< 2^{50}$ δοκιμές με *επιλεγμένα κρυπτοκείμενα*.
  Βασίζεται στους πίνακες κατανομής των input-XOR και output-XOR των S-boxes. Η μη ομοιομορφία στις κατανομές επιτρέπει περιορισμό του συνόλου των πιθανών κλειδιών.
- Γραμμική κρυπτανάλυση (linear cryptanalysis) [Matsui, 1993]: 2^{43} δοκιμές με *γνωστά κρυπτοκείμενα*. Προσέγγιση της λειτουργίας του αλγορίθμου με γραμμικές συναρτήσεις.
- Στα τέλη του ’90 θεωρήθηκε μη ασφαλές (EFF DES cracker, 1998) και το NIST πρότεινε την αντικατάστασή του, διαδικασία που οδήγησε στην ανάπτυξη και υιοθέτηση του AES.

Το κρυπτοσύστημα DES

Άμυνα

- Μια πρώτη προσπάθεια: Double DES. Πρόβλημα: meet-in-the middle (MITM) attack.

Το κρυπτοσύστημα DES

Άμυνα

- Μια πρώτη προσπάθεια: Double DES. Πρόβλημα: meet-in-the middle (MITM) attack.
- Triple DES (3-DES): effective key 118 bits (με 3 ανεξάρτητα κλειδιά, συνολικό μήκος κλειδιού 168 bits) ή 112 bits (με 2 ανεξάρτητα κλειδιά, συνολικό μήκος 112 bits). Χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα (εκτίμηση ασφάλειας από NIST: $\sim$ 2030). Κρυπτογράφηση: $Enc_{3-\text{DES}}(x) = E_{k_1}(D_{k_2}(E_{k_3}(x)))$ (backwards compatibility με απλό DES).

Το κρυπτοσύστημα DES

Άμυνα

- Μια πρώτη προσπάθεια: Double DES. Πρόβλημα: meet-in-the middle (MITM) attack.
- Triple DES (3-DES): effective key 118 bits (με 3 ανεξάρτητα κλειδιά, συνολικό μήκος κλειδιού 168 bits) ή 112 bits (με 2 ανεξάρτητα κλειδιά, συνολικό μήκος 112 bits). Χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα (εκτίμηση ασφάλειας από NIST: $\sim$ 2030). Κρυπτογράφηση: $Enc_{3-\text{DES}}(x) = E_{k_1}(D_{k_2}(E_{k_3}(x)))$ (backwards compatibility με απλό DES).
- DES-X: μήκος κλειδιού 184 bits, effective key $\sim$ 119 bits. Κρυπτογράφηση: $Enc_{\text{DES}-\text{X}}(x) = k_2 \oplus E_{k_3}(x \oplus k_1)$

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

(και άλλων κρυπτοσυστημάτων τμήματος)

ECB, CBC: το block cipher ενεργεί στο plaintext (άμεσα ή έμμεσα)

- Electronic Code Book (ECB): κάθε τμήμα κρυπτογραφείται χωριστά.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

(και άλλων κρυπτοσυστημάτων τμήματος)

ECB, CBC: το block cipher ενεργεί στο plaintext (άμεσα ή έμμεσα)

- Electronic Code Book (ECB): κάθε τμήμα κρυπτογραφείται χωριστά.
- Cipher Block Chaining (CBC): το κρυπτογράφημα του προηγούμενου τμήματος κρυπτοκειμένου 'XOR-είται' με το τρέχον τμήμα αρχικού κειμένου πριν αυτό κρυπτογραφηθεί. Χρησιμοποιείται Initial Vector (*IV*) για το πρώτο τμήμα.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

(και άλλων κρυπτοσυστημάτων τμήματος)

CFB, OFB, CTR: το block cipher δημιουργεί κλειδοροή ($\Rightarrow$ stream cipher)

- Cipher Feedback mode (CFB): δημιουργεί τμηματική κλειδοροή (keystream) που χρησιμοποιείται όπως σε stream cipher. Το κλειδί που XOR-είται με το τρέχον τμήμα αρχικού κειμένου προκύπτει από κρυπτογράφηση του προηγούμενου τμήματος κρυπτοκειμένου – χρησιμοποιείται *IV* για το πρώτο τμήμα.
- Output Feedback mode (OFB): δημιουργεί keystream όπως το CFB. Το κλειδί που XOR-είται με το τρέχον τμήμα αρχικού κειμένου προκύπτει από κρυπτογράφηση του προηγούμενου κλειδιού – χρησιμοποιείται *IV* για το πρώτο τμήμα.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

(και άλλων κρυπτοσυστημάτων τμήματος)

CFB, OFB, CTR: το block cipher δημιουργεί κλειδοροή (⇒ stream cipher)

- Cipher Feedback mode (CFB): δημιουργεί τμηματική κλειδοροή (keystream) που χρησιμοποιείται όπως σε stream cipher. Το κλειδί που XOR-είται με το τρέχον τμήμα αρχικού κειμένου προκύπτει από κρυπτογράφηση του προηγούμενου τμήματος κρυπτοκειμένου – χρησιμοποιείται *IV* για το πρώτο τμήμα.
- Output Feedback mode (OFB): δημιουργεί keystream όπως το CFB. Το κλειδί που XOR-είται με το τρέχον τμήμα αρχικού κειμένου προκύπτει από κρυπτογράφηση του προηγούμενου κλειδιού – χρησιμοποιείται *IV* για το πρώτο τμήμα.
- Counter mode (CTR): δημιουργεί keystream όπως και τα CFB, OFB. Η διαφορά έγκειται στο ότι το κλειδί για το τρέχον τμήμα προκύπτει από την κρυπτογράφηση ενός μετρητή, που αυξάνεται από τμήμα σε τμήμα. Χρήση με nonce.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

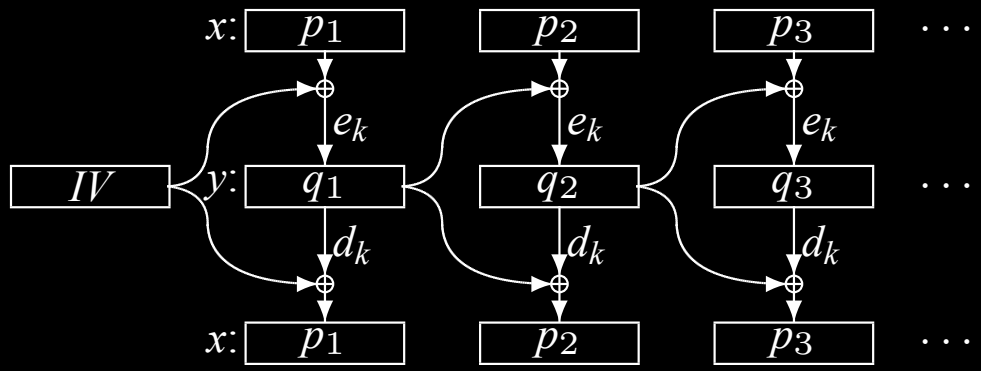
ECB, CBC: πλεονεκτήματα και αδυναμίες

- ECB (-): κάθε τμήμα κρυπτογραφείται με τον ίδιο τρόπο. Εντοπισμός επαναλήψεων, στατιστικές επιθέσεις.
  ECB (+): σε περίπτωση αλλοίωσης τμήματος κρυπτοκειμένου δεν επηρεάζεται η αποκρυπτογράφηση των υπολοίπων τμημάτων.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

ECB, CBC: πλεονεκτήματα και αδυναμίες

- ECB (-): κάθε τμήμα κρυπτογραφείται με τον ίδιο τρόπο. Εντοπισμός επαναλήψεων, στατιστικές επιθέσεις.
  ECB (+): σε περίπτωση αλλοίωσης τμήματος κρυπτοκειμένου δεν επηρεάζεται η αποκρυπτογράφηση των υπολοίπων τμημάτων.

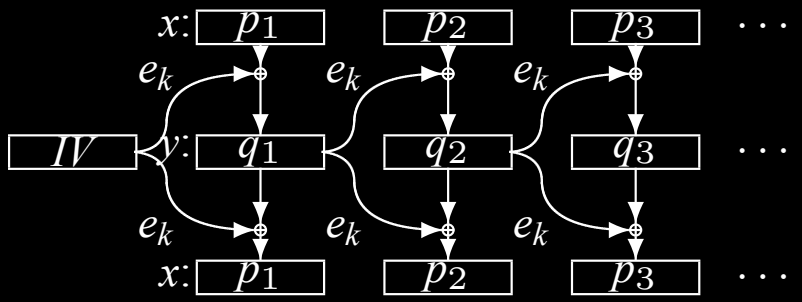


CBC mode

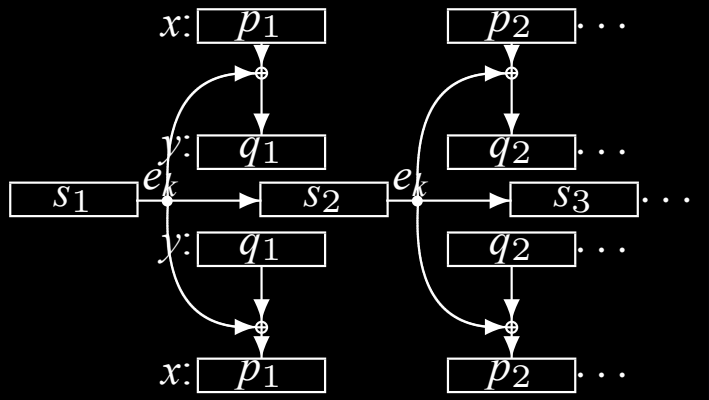
CBC (-): Με αλλοιώσεις bit του κρυπτοτμήματος y_i προκύπτει αλλοίωση του αποτελέσματος x_{i+1} στις ίδιες θέσεις.
CBC (+): χρήση ως Message Authentication Code (MAC). Authenticated encryption. Σε περίπτωση αλλοίωσης τμήματος κρυπτοκειμένου επηρεάζονται μόνο δύο τμήματα στην αποκρυπτογράφηση: Self-Recovery. Το IV δεν είναι κρυφό.

Τρόποι λειτουργίας του DES (operation modes)

CFB, OFB, CTR: πλεονεκτήματα και αδυναμίες



CFB mode



OFB mode

- CFB / OFB / CTR (-): σε όλα υπάρχει το πρόβλημα της αλλοίωσης της αποκρυπτογράφησης σε επιλεγμένες θέσεις.
- CFB / OFB / CTR (+): Μπορούν να υλοποιηθούν παράλληλα. Διαθέτουν self-recovery.
- CFB (+): μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως MAC.
  Άσκηση: μπορούμε να έχουμε encryption και authentication σε ένα πέρασμα;
- CFB / OFB (+): μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για block μικρότερα των 64 bit.

Και άλλοι πολλοί τρόποι λειτουργίας

- Για κρυπτογράφηση.
- Για αυθεντικοποίηση / ακεραιότητα.
- Και για τα δύο (authenticated encryption).
- Δείτε τη σχετική σελίδα του NIST: http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/BCM/modes_development.html